Prova scritta di:

Analisi Matematica I

Corso di Laurea in Ingegneria Elettronica

Primo appello Sessione Estiva, Anno accademico 98/99 (M–Z)

3 febbraio 1999

1) Si determini

$$\int \frac{1}{x^4\sqrt{1-x^3}}\,dx\,.$$

2) Provato che $\mathrm{e}^{-x^2} \le \frac{1}{1+x^2}$ $\forall x \in \mathbf{R}$, se ne deduca che

$$\int_0^{+\infty} \mathrm{e}^{-t^2}\,dt \le \frac{\pi}{2}.$$

3) Posto $f(x) = (1-x)\sin\frac{1}{x}$ si mostri che $f((0,1)) = (-1,1)$.

4) Sia $f \in C^2(\mathbf{R})$ tale che $f(0) = 0$. Considerato l'integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} f(\tfrac{1}{x})\,dx$$

si provi che esso é divergente se $f'(0) \neq 0$ e assolutamente convergente se $f'(0) = 0$.

Prova scritta di:

Analisi Matematica I

Corso di Laurea in Ingegneria Elettronica

Secondo appello Sessione Estiva, Anno accademico 98/99 (M–Z)

12 febbraio 1999

1) Data la funzione
$$f(x) = x\mathrm{e}^{x} - \cos x$$
si determini il numero degli zeri di f nell'intervallo $[-\pi, \pi]$ e la loro parte intera.

2) Considerata la funzione
$$f(x) = \sin(x^2 + 2\sinh^4(x)) - x^2 - 2x^4$$
si determini per quali $q > 0$ risulta convergente l'integrale improprio
$$\int_0^{+\infty} \frac{f(x)}{x^q}\, dx\,.$$

3) Si determini per quali $\alpha > 0$ risulta convergente la serie
$$\sum_{n=1}^{+\infty} \int_n^{n+\frac{1}{n^\alpha}} \sqrt{(x+1)x^\alpha}\, dx.$$

4) Sia $f \in C([0,1]) \cap C^2((0,1))$ tale che $f''(x) > 0\ \forall x \in (0,1)$. Mostrare che
$$\max\{f(x) \,:\, x \in [0,1]\} = \max\{f(0), f(1)\}.$$
Il risultato continua a valere nel caso $f''(x) \geq 0\ \forall x \in (0,1)$?

Prova scritta di:

Analisi Matematica I

Corso di Laurea in Ingegneria Elettronica

Terzo appello Sessione Estiva, Anno accademico 98/99 (M–Z)

24 febbraio 1999

1) Considerata la funzione $f : (1, +\infty) \to \mathbf{R}$,

$$f(x) = \sin x + \frac{1}{x} \int_1^x (\mathrm{e}^{\frac{1}{t}} - 1)\, dt,$$

si mostri che essa ammette infiniti zeri.

2) Determinare

$$\inf\{\alpha > 0 \,/\, x^\alpha \geq \log x, \forall x > 0\}.$$

3) Si studi il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \int_n^{n+1} \frac{1}{\log(1+x)}\, dx.$$

4) Indicata con $m(x)$ la mantissa di x per $x \in \mathbf{R}$, calcolare

$$\int_0^{\sqrt{3}} \frac{m(x)}{x^4 + 1}\, dx.$$

Prova scritta di:

Analisi Matematica I

Corso di Laurea in Ingegneria Elettronica

Quarto appello Sessione Estiva, Anno accademico 98/99 (M–Z)

10 Aprile 1999

1) Studiare la funzione
$$f(x) = \log|\sinh x - 2x|.$$

2) Stabilire per quali $\alpha > 0$ é convergente l'integrale improprio
$$\int_{-1}^{\infty} \frac{1}{|\mathrm{e}^x - 1|^\alpha}\, dx$$
e calcolarlo per $\alpha = \frac{1}{2}$.

3) Si studi il carattere della serie
$$\sum_{n=1}^{+\infty} \sin n \int_n^{2n} \mathrm{e}^{-x^2}\, dx.$$

Prova scritta di:

Analisi Matematica I

Corso di Laurea in Ingegneria Elettronica

Quinto appello Sessione Estiva, Anno accademico 98/99 (M–Z)

7 Giugno 1999

1) Studiare la funzione

$$f(x) = x - (x^3 - 3x^2)^{\frac{1}{3}}.$$

2) Mostrare che per ogni $n \in \mathbf{N}$ l'equazione

$$\mathrm{e}^{-nx} = x$$

ammette una unica soluzione $x_n \in \mathbf{R}$. Provare inoltre che $x_n \to 0$ quando $n \to \infty$.

3) Si studi il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \int_0^1 \sin x^n \, dx.$$

Prova scritta di:

Analisi Matematica I

Corso di Laurea in Ingegneria Elettronica

Sesto appello Sessione Estiva, Anno accademico 98/99 (M–Z)

14 Giugno 1999

1) Si determini per quali valori di $\alpha \in \mathbf{R}$ la funzione

$$f_\alpha(x) = \alpha x - \operatorname{arctg} x \qquad x \in \mathbf{R}$$

risulta invertibile. Per tali valori di α determinare l'esistenza e nel caso calcolare $\frac{d}{dx} f_\alpha^{-1}(0)$.

2) Si ricerchi per quali valori di $\alpha \in \mathbf{R}$ la diseguaglianza

$$(1+x)^\alpha > 1 + x^\alpha$$

é verificata per ogni $x > 0$.

3) Sia $\alpha \in \mathbf{R}$ e

$$f_\alpha(x) = \begin{cases} x^\alpha & 0 < x \leq 1, \\ \alpha x & x > 1. \end{cases}$$

Determinare per quali valori di $\alpha > -1$, $\alpha \neq 0$, esiste $x_\alpha \in (0,2)$ tale che

$$f_\alpha(x_\alpha) = \frac{1}{2} \int_0^2 f_\alpha(x)\, dx.$$

4) Si studi il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} n}{\sqrt{n}}.$$

Prova scritta di:

Analisi Matematica I

Corso di Laurea in Ingegneria Elettronica

Settimo appello, Anno accademico 98/99 (M–Z)

21 Giugno 1999

1) Si studi la funzione

$$f(x) = |x|e^{-\frac{2}{3}x^2}(|x|-1)^{\frac{2}{3}}.$$

2) Stabilire la convergenza del seguente integrale improprio

$$\int_0^\pi \frac{\sqrt{\pi - x}\,(x-1)^2}{\sin x\,(\log x)^2}\,dx.$$

3) Si studi il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \arccos\frac{n-1}{n}.$$

Prova scritta di:

Analisi Matematica I

Corso di Laurea in Ingegneria Elettronica

Ottavo appello, Anno accademico 98/99 (M–Z)

27 Settembre 1999

1) Si studi la funzione

$$f(x) = \log(x^{\frac{1}{e}} - \log x).$$

2) Stabilire la convergenza del seguente integrale improprio

$$\int_0^1 \log(\sin \pi x)\, dx.$$

3) Discutere il carattere di convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{1}{\cos \frac{1}{n}} - \frac{1}{\cosh \frac{1}{n}}\right)^{\alpha}$$

al variare di $\alpha \in \mathbf{R}$.

Prova scritta di:

Analisi Matematica I

Corso di Laurea in Ingegneria Elettronica

Nono appello, Anno accademico 98/99 (M–Z)

17 Dicembre 1999

1) Si studi la funzione
$$f(x) = \arcsin(x\mathrm{e}^{-\frac{x}{e}}).$$

2) Stabilire al variare di $\alpha \in \mathbf{R}$ il carattere della serie
$$\sum_{n=1}^{+\infty} n^{\alpha} \log(1 + \mathrm{e}^{-n}).$$

3) Si individui nel piano complesso il luogo dei punti verificanti la condizione
$$|z + i| \leq |\sqrt{2}z - 1|.$$