Prova scritta di:

Matematica I

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica ed Automatica

Primo Appello, Anno Accademico 04/05 (A)

14 dicembre 2004

1) Calcolare al variare di $\alpha \in \mathbf{R}$

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{\frac{1}{1+x^2} - \cos(\sqrt{2}x) - \frac{5}{6}x^4}{x^\alpha(\log(1+x^3) - \sin(x^3))}.$$

2) Determinare per quali $\alpha > 0$ risulta convergente la serie numerica

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\log(n+1) - \log(n))\mathrm{e}^n}{n^3 \alpha^n}.$$

3) Determinare per quali $\alpha > 0$ risulta convergente l'integrale improprio

$$\int_0^1 \frac{\arcsin^2(\sqrt{x})}{x^\alpha}\, dx$$

e calcolarlo per $\alpha = \frac{1}{2}$.

4) Si studi la funzione

$$f(x) = \arccos(|x^2 - 2x|).$$

Prova scritta di:

Matematica I

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica ed Automatica

Primo Appello, Anno Accademico 04/05 (B)

14 dicembre 2004

1) Calcolare al variare di $\alpha \in \mathbf{R}$

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{\mathrm{e}^{-\frac{x^2}{2}} - \cos(x) - \frac{1}{12}x^4}{x^\alpha\left(\frac{1}{1+x^2} - 1 - \log(1-x^2)\right)}.$$

2) Determinare per quali $\alpha > 0$ risulta convergente la serie numerica

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\sqrt{n+1} - \sqrt{n})\pi^n}{n\alpha^n}.$$

3) Determinare per quali $\alpha > 0$ risulta convergente l'integrale improprio

$$\int_0^1 \frac{\arccos^2(\sqrt{x})}{x^\alpha}\,dx$$

e calcolarlo per $\alpha = \frac{1}{2}$.

4) Si studi la funzione

$$f(x) = \arcsin(|x^2 - 1|).$$

Prova scritta di:

Matematica I

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica ed Automatica

Secondo Appello, Anno Accademico 04/05 (A)

11 gennaio 2005

1) Determinare per quali $\alpha > 0$ risulta convergente la serie numerica

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\log(\alpha)^n}{\sqrt{n}}.$$

2) Determinare per quali valori di $\alpha \in \mathbf{R}$ risulta convergente l'integrale improprio

$$\int_0^{+\infty} \frac{1}{x^\alpha(1+x^{\frac{2}{3}})}\,dx$$

e calcolarlo per $\alpha = \frac{2}{3}$.

3) Si studi la funzione

$$f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{|x-1|} \mathrm{e}^{\frac{1}{|x|}}.$$

Prova scritta di:

Matematica I

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica ed Automatica

Secondo Appello, Anno Accademico 04/05 (B)

11 gennaio 2005

1) Determinare per quali $\alpha > 0$ risulta convergente la serie numerica

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\log(\alpha)^n}{\log(n)}.$$

2) Determinare per quali valori di $\alpha \in \mathbf{R}$ risulta convergente l'integrale improprio

$$\int_0^{+\infty} \frac{1}{x^\alpha(1+x)}\, dx$$

e calcolarlo per $\alpha = \frac{1}{3}$.

3) Si studi la funzione

$$f(x) = \frac{1}{|x-1|} \mathrm{e}^{\frac{x^2-x}{|x|}}.$$

Prova scritta di Matematica I. Corso di Laurea in Ing. Inf. Aut.

Terzo Appello, Anno Accademico 04/05,17 marzo 2005

1) Mostrare che la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{4}{\sin(x)} - \frac{4}{x} & 0 < x < 1, \\ 0 & x = 0, \\ \frac{2}{x} - \frac{2-x}{\log(1+x)} & -1 < x < 0, \end{cases}$$

risulta continua e derivabile in $x_0 = 0$.

2) Tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = \mathrm{e}^{\frac{2}{x-6}} |\frac{x^2}{4} - 9|.$$

3) Determinare per quali $\alpha > 0$ risulta convergente l'integrale improprio

$$\int_0^{+\infty} \frac{1}{x^\alpha} \arctan(\frac{1}{x^{\frac{1}{3}}})\, dx$$

e calcolarlo per $\alpha = \frac{5}{6}$. (Si osservi che $t^4 + 1 = (t^2 + \sqrt{2}t + 1)(t^2 - \sqrt{2}t + 1)$)

Prova scritta di:

Matematica I

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica ed Automatica

Quarto Appello, Anno Accademico 04/05

7 aprile 2005

1) Si determini il carattere della serie

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(\log n)^{\frac{n}{2}} + \sqrt{n}}.$$

2) Considerata la funzione

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{|x^2-4|}{x-2} \log(|x+2|), & x \in \mathbf{R} \setminus \{-2, 2\}, \\ 0, & x = -2, \\ 4\log(4), & x = -2, \end{cases}$$

determinarne eventuali punti di discontinuità e di non derivabilità specificandone il tipo. Determinarne infine i punti di massimo e minimo relativo.

3) Determinare per quali $\alpha > 0$ risulta convergente l'integrale improprio

$$\int_0^{+\infty} \frac{1}{x^\alpha} \log(1 + \frac{x^2}{1+x^2})\, dx$$

e calcolarlo per $\alpha = 2$.

Prova scritta di:

Matematica I

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica ed Automatica

Quinto Appello, Anno Accademico 04/05

22 giugno 2005

1) Si determini per quali $\alpha > 0$ risulta convergente la serie numerica

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^{\alpha}(1 - \sin(\frac{\pi}{2}\frac{n}{n+1})).$$

2) Si studi la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \text{arctg}\,|\frac{x}{x-1}| & x \neq -1, \\ 0 & x = -1. \end{cases}$$

specificandone eventuali punti di discontinuità, di non derivabilità, i punti di massimo e minimo relativo.

3) Determinare per quali $\alpha > 0$ risulta convergente l'integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^2 - 1}(1 - \text{arctg}(\frac{\pi}{4}x))\, dx$$

e calcolarlo per $\alpha = 2$.

Prova scritta di:

Matematica I

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica ed Automatica

13 luglio 2005

1) Si determini al variare di $\alpha \in [-1, 1]$ il carattere della serie della serie numerica

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{[\frac{4}{\pi}\arcsin(\alpha)]^n}{n}.$$

2) Tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{2x^2}{|\ x-1\ |}\right).$$

3) Calcolare

$$\int_{\frac{1}{e}}^{e} \frac{\arcsin^2(\log x)}{x} dx.$$

4) Stabilire la convergenza del seguente integrale improprio

$$\int_0^1 \log(\sin \pi x)\, dx.$$

Prova scritta di:

Matematica I

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica ed Automatica

7 settembre 2005

1) Si mostri che

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{\log(\sin(x)) - \log(x)}{\log(\cos(\frac{x}{\sqrt{3}}))} = 1.$$

2) Si studi la funzione

$$f(x) = \log(1 + \frac{|x|}{1 + x^2}).$$

3) Stabilire per quali $\alpha > 0$ é convergente il seguente integrale improprio

$$\int_2^{+\infty} \frac{1 + x^\alpha}{x^{\frac{3}{2}} - 1}\, dx$$

e calcolarlo per $\alpha = 0$.