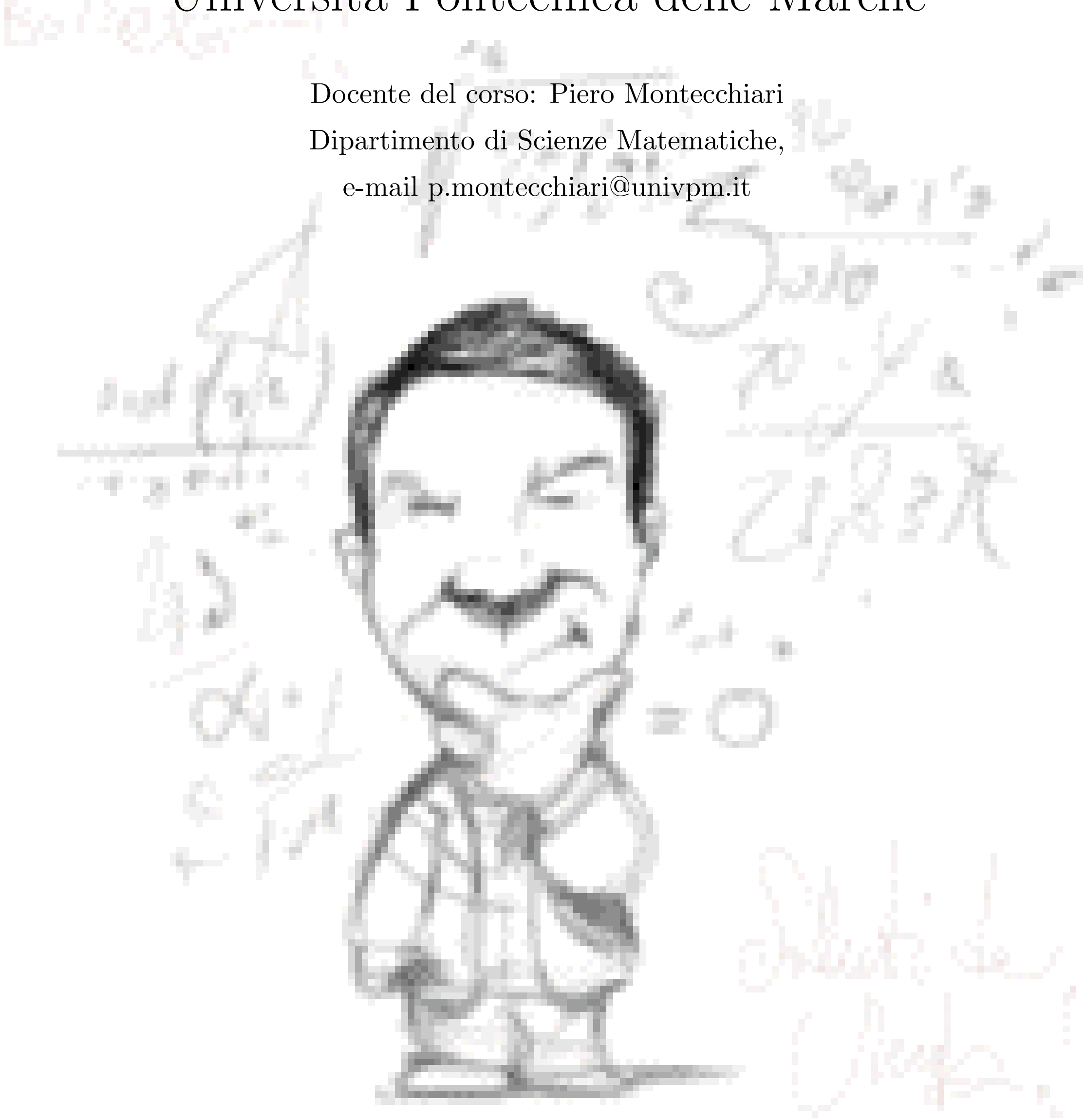
Prove scritte di Matematica AA 07/08
Corso di Laurea in Scienze Biologiche
Università Politecnica delle Marche

Docente del corso: Piero Montecchiari
Dipartimento di Scienze Matematiche,
e-mail p.montecchiari@univpm.it



CdL Scienze Biologiche. Prova scritta di Matematica del

1.) Determinare:

A) $\displaystyle\lim_{x\to 0^+} \frac{\arcsin(x) - x\sqrt{1-x^2}}{x^2\sqrt{\sin(x^2)}}.$

A1) $\displaystyle\lim_{x\to 0^+} \frac{(\frac{\pi}{2} - \arccos(x)) - x\sqrt{1-x^2}}{x^2\sqrt{1-\cos(x)}}.$

B) $\displaystyle\lim_{x\to 0^+} \frac{\arcsin(x) - x\sqrt{1-x^2}}{x^2\sqrt{\log(1+x^2)}}.$

B1) $\displaystyle\lim_{x\to 0^+} \frac{(\frac{\pi}{2} - \arccos(x)) - x\sqrt{1-x^2}}{x^2\sqrt{\mathrm{e}^{x^2}-1}}.$

C) $\displaystyle\lim_{x\to 0^+} \frac{\arcsin(x) - x(1+\log(1-x^2))}{\sin(x)(1-\cos(x))}.$

C1) $\displaystyle\lim_{x\to 0^+} \frac{\arcsin(x) - x\mathrm{e}^{-x^2}}{\log(1+x)(1-\cos(x))}.$

D) $\displaystyle\lim_{x\to 0^+} \frac{\frac{\pi}{2} - \arccos(x) - x\mathrm{e}^{-x^2}}{\log(1+x)(\sqrt{1+x^2}-1)}.$

D1) $\displaystyle\lim_{x\to 0^+} \frac{\frac{\pi}{2} - \arccos(x) - x(1+\log(1-x^2))}{\sin(x)(\sqrt{1+x^2}-1)}.$

2.) Si studi la continuità e la derivabilità nel punto $x_0 = 0$ della funzione:

A) $f(x) = \begin{cases} \frac{x(1+\frac{x}{2}) - \cos(x) + 1}{\arctan(x)} & x > 0, \\ \mathrm{e}^x & x \le 0. \end{cases}$

A1) $f(x) = \begin{cases} \frac{x\sqrt{1+x} - \cos(x) + 1}{x} & x > 0, \\ \mathrm{e}^x & x \le 0. \end{cases}$

B) $f(x) = \begin{cases} \frac{x\sqrt{1+x} + \frac{x^2}{2}}{\sin(x)} & x > 0, \\ \mathrm{e}^x & x \le 0. \end{cases}$

B1) $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{\arctan(x)}(\mathrm{e}^{\frac{x}{2}} + \frac{x}{2}) & x > 0, \\ \mathrm{e}^x & x \le 0. \end{cases}$

C) $f(x) = \begin{cases} \frac{-x\log(1+x) + \mathrm{e}^x - 1}{x - \frac{1}{2}x^2} & 0 < x < 1, \\ \mathrm{e}^{x^2} & x \le 0. \end{cases}$

C1) $f(x) = \begin{cases} \frac{-\sin(x)\log(1+x) + x + \frac{x^2}{2}}{\sin(x) - \frac{1}{2}x^2} & 0 < x < 1, \\ \mathrm{e}^{x^2} & x \le 0. \end{cases}$

D) $f(x) = \begin{cases} \frac{-\sin(x)\arctan(x) + x + \frac{x^2}{2}}{\sin(x) - \frac{1}{2}x^2} & 0 < x < 1, \\ \mathrm{e}^{x^2} & x \le 0. \end{cases}$

D1) $f(x) = \begin{cases} \frac{-\sin(x)\arctan(x) + x + \frac{x^2}{2}}{\arctan(x) - \frac{1}{2}x^2} & 0 < x < 1, \\ \mathrm{e}^{x^2} & x \le 0. \end{cases}$

3.) Tracciare il grafico della funzione:

A) $f(x) = |x^2 - 1|\mathrm{e}^{-|x-1|}.$

A1) $f(x) = |x^2 - 4|\mathrm{e}^{-|x-2|}.$

B) $f(x) = |x^2 - 9|\mathrm{e}^{-|x-3|}.$

B1) $f(x) = |x^2 - 16|\mathrm{e}^{-|x-4|}.$

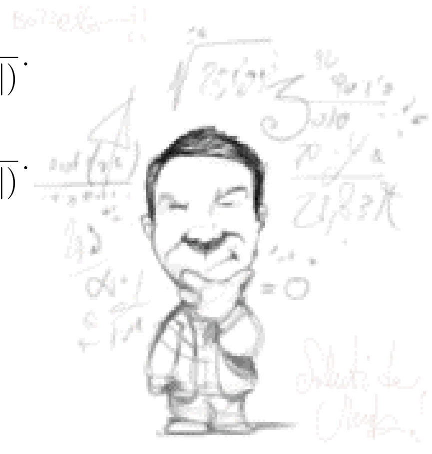
C) $f(x) = \frac{x}{\log(|x|)}.$

C1) $f(x) = \dfrac{x}{\log(2|x|)}.$

D) $f(x) = \dfrac{x}{\log(3|x|)}.$

D1) $f(x) = \dfrac{x}{\log(4|x|)}.$

4.) Determinare:



A) $\displaystyle\int \frac{1}{x^2}\arctan(x)\,dx$

B) $\displaystyle\int x\arctan(x)\,dx$

C) $\displaystyle\int \frac{1}{x^2}\log(\frac{1-x}{1+x})\,dx$

D) $\displaystyle\int \arctan(\frac{1-x}{1+x})\,dx$

A1) $\displaystyle\int \frac{1}{x^3}\log(1+x^2)\,dx$

B1) $\displaystyle\int x\log(1+x^2)\,dx$

C1) $\displaystyle\int \frac{1}{2\sqrt{x+1}}\arcsin(x)\,dx$

D1) $\displaystyle\int \arcsin(\frac{1-x}{1+x})\,dx$

5.) Determinare la soluzione del problema di Cauchy:

A) $\begin{cases} y' = -y + \sqrt{1+\mathrm{e}^x}, \\ y(0) = 0. \end{cases}$

B) $\begin{cases} y' = y + x^2, \\ y(0) = 0. \end{cases}$

C) $\begin{cases} y' = -\frac{1}{x}y + \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}, \\ y(1) = 0. \end{cases}$

D) $\begin{cases} y' = -\tan(x)y + x^2, \\ y(0) = 0. \end{cases}$

A1) $\begin{cases} y' = y + \frac{1}{1+\mathrm{e}^{-2x}}, \\ y(0) = 0. \end{cases}$

B1) $\begin{cases} y' = -y + \sin(x), \\ y(0) = 0. \end{cases}$

C1) $\begin{cases} y' = -\frac{1}{x}y + \frac{1}{1+x^2}, \\ y(1) = 0. \end{cases}$

D1) $\begin{cases} y' = -\tan(x)y + \mathrm{e}^x, \\ y(0) = 0. \end{cases}$

CdL Scienze Biologiche. Prova scritta di Matematica del 4/02/2008

1.) Determinare

A) $\displaystyle\lim_{x\to 0^+} \frac{\sin(x) - \log(1+x) - 1 + \cos(x)}{\sqrt{1-\cos(x)}\log(1+x^2)}.$

B) $\displaystyle\lim_{x\to 0^+} \frac{\sqrt{1-x^3} - \mathrm{e}^x - \log(1-x)}{\sin(x^2)\sqrt{\mathrm{e}^{x^2}-1}}.$

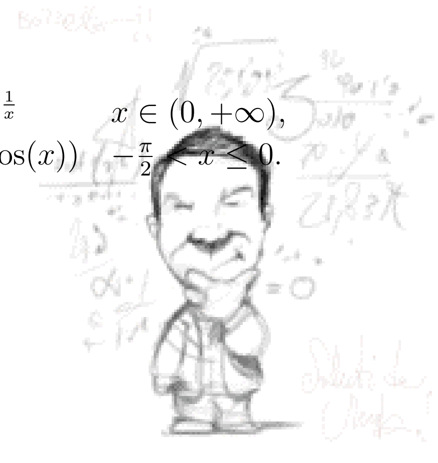
C) $\displaystyle\lim_{x\to 0^+} \frac{\mathrm{e}^{-x} + \log(1-x) + 2x - 1}{(\cos(x)-1)\log(1+x)}.$

D) $\displaystyle\lim_{x\to 0^+} \frac{\log(1+x) - \log(1-x) - 2x}{(\sqrt{1-x^2}-1)\sin(x)}.$

2.) Si studi la continuità e la derivabilità nel punto $x_0 = 0$ della funzione

A) $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sin(x)}\mathrm{e}^{-\frac{1}{x}} & x \in (0,\pi), \\ \arctan(1-\cos(x)) & x \le 0. \end{cases}$

B) $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{x}}\mathrm{e}^{-\frac{1}{x}} & x \in (0,+\infty), \\ \log(\cos(x)) & -\frac{\pi}{2} < x \le 0. \end{cases}$



C) $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}(\frac{\pi}{2} - \arctan(\frac{1}{x^3})) & 0 < x, \\ e^{x^2} - 1 & x \leq 0. \end{cases}$

D) $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}(\frac{\pi}{2} + \arctan(-\frac{1}{x^3})) & 0 < x, \\ \log(1 + x^2) & x \leq 0. \end{cases}$

3.) Tracciare il grafico della funzione

A) $f(x) = |\log(x)| - \dfrac{x^2}{2e}.$

B) $f(x) = |x| - \dfrac{e^{2x}}{2e}.$

C) $f(x) = \log(\dfrac{2x^2}{|x-1|})$

D) $f(x) = \log(\dfrac{2x^2}{|-x-1|})$

4.) Determinare

A) $\displaystyle\int_0^1 x \arctan^2(x)\, dx$

B) $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos(x)\sqrt{\frac{1-\sin(x)}{1+\sin(x)}}\, dx$

C) $\displaystyle\int_0^1 x \arcsin(x)\, dx$

D) $\displaystyle\int_0^1 \arcsin^2(x)\, dx$

5.) Determinare la soluzione del problema di Cauchy

A) $\begin{cases} y' = y - y^2, \\ y(0) = 2 \end{cases}$

B) $\begin{cases} y' = y - y^2, \\ y(0) = \frac{1}{2}. \end{cases}$

C) $\begin{cases} y' = y - e^{\frac{x}{2}} y^2, \\ y(0) = 2 \end{cases}$

D) $\begin{cases} y' = -y + xy^2, \\ y(0) = 1. \end{cases}$

CdL Scienze Biologiche. Prova scritta di Matematica del 15/04/2008

1.) Determinare

A) $\displaystyle\lim_{x\to 0^+} \frac{\sqrt{e^x} - \sqrt{1+x} - \frac{1}{4}x^2}{\sqrt{1-\cos(x)}\log(1+x^2)}.$

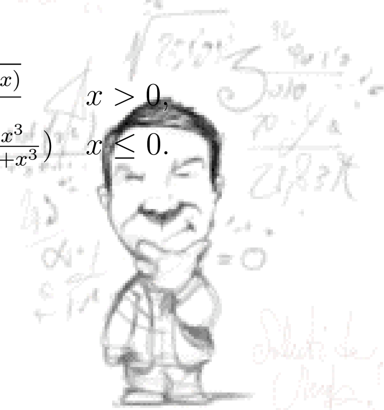
B) $\displaystyle\lim_{x\to 0^+} \frac{\sqrt{e^x} - \sqrt{1+x} - \frac{1}{2}(1-\cos(x))}{\sin(x^2)\sqrt{e^{x^2}-1}}.$

2.) Si studi la continuità e la derivabilità nel punto $x_0 = 0$ della funzione

A) $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x}-\sqrt{\sin(x)}}{\log(1+x)} & x > 0, \\ \arctan(\frac{x^2}{1+x^2}) & x \leq 0. \end{cases}$

B) $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x}-\sqrt{\sin(x)}}{\sin(x)} & x > 0, \\ \arctan(\frac{x^3}{1+x^3}) & x \leq 0. \end{cases}$

3.) Tracciare il grafico della funzione



A) $f(x) = (1+x)\log(1+x) - x$. B) $f(x) = (1-x)\log(1-x) + x$.

4.) Determinare

A) $\int \frac{1}{x^2}\log(x^2-1)\,dx$ B) $\int \sin(x)\ \mathrm{e}^{-x}dx$

5.) Determinare la soluzione del problema di Cauchy

A) $\begin{cases} y' = y - \ \mathrm{e}^{3x}, \\ y(0) = 0 \end{cases}$ B) $\begin{cases} y' = y - \ \mathrm{e}^{-x}, \\ y(0) = 0. \end{cases}$

CdL in Scienze Biologiche. Prova scritta di Matematica del 09/06/2008

1) Determinare $\lim_{x\to 0^+} \dfrac{1 + x - \cos(x) + \log(1-x)}{\sin(x)(\sqrt{1+x^2}-1)}$.

2) Si studi la continuità e la derivabilità in $x_0 = 0$ della funzione $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}\mathrm{e}^{-\frac{1}{x}} & x > 0, \\ x\log(1+\sqrt{-x}) & x \leq 0. \end{cases}$

3) Si determini il numero di soluzioni dell'equazione $\log(\dfrac{1}{x}) = \dfrac{1}{8x}$.

4) Determinare $\int_0^1 \mathrm{e}^x \sin(2\pi x)\,dx$

5) Determinare la soluzione del problema di Cauchy $\begin{cases} y'(x) = \frac{\cos(x)}{\sin(x)}y(x) + 1, \\ y(\frac{\pi}{2}) = 0 \end{cases}$

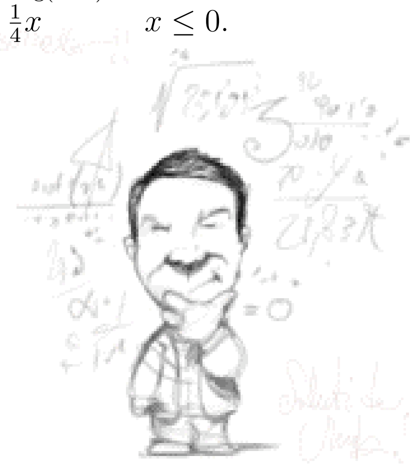
CdL in Scienze Biologiche. Prova scritta di Matematica del 1/07/2008

1) Determinare $\lim_{x\to 0^+} \frac{\mathrm{e}^x + \ \mathrm{e}^{-x} - 2 - \frac{x^2}{1-x}}{\sqrt{2(1-\cos(x))}\sin(x^2)}$.

2) Si studi la continuità e la derivabilità in $x_0 = 0$ della funzione $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2+4}-2}{\log(1+x)} & x > 0, \\ \frac{1}{4}x & x \leq 0. \end{cases}$

3) Si determini il numero di soluzioni dell'equazione $1 = 2\mathrm{e}^x(1-x)$.

4) Determinare $\int_0^1 \dfrac{1}{(x+1)^2}\arctan(x)\,dx$



5) Determinare la soluzione del problema di Cauchy $\begin{cases} y' = y - \sin(2x), \\ y(0) = 0 \end{cases}$

CdL Scienze Biologiche. Prova scritta di Matematica del 15/12/2008

1) Determinare $\displaystyle\lim_{x\to 0^+} \frac{\frac{1}{1-x} - \frac{1}{1+x} - \sin(2x)}{x\log(\cos(x))}$.

2) Si studi la continuità e la derivabilità in $x_0 = 0$ della funzione $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{1+x^2} - e^{-x}}{x} & x > 0, \\ \cos(x) & x \le 0. \end{cases}$

3) Si determini il numero di soluzioni dell'equazione $\log(x) - \dfrac{x-1}{x} = 1$.

4) Determinare $\displaystyle\int x \arctan(\frac{1}{x})\, dx$

5) Determinare la soluzione del problema di Cauchy $\begin{cases} y' = \frac{2x}{1+x^2} y - x^3, \\ y(0) = 0 \end{cases}$