

Università Politecnica delle Marche
a.a. 2009–2010

Facoltà di Scienze
Corso di Laurea in Scienze Biologiche

Corso di recupero per l'assolvimento degli obblighi formativi (OFA)
dell'insegnamento di Matematica

Dott. Livio Marangio

3 Novembre 2009

Disequazioni esponenziali

(i) Fra le seguenti potenze con esponente razionale eliminare quelle prive di significato, motivando la scelta:

$$(1) \quad (2\pi)^{-44}, \quad (-2)^{1/8}, \quad (-3)^{-2}, \quad (9 - 3^2)^0, \quad \left(\sqrt[4]{5}\right)^{-2/7}, \quad 0^{-2}.$$

(ii) Semplificare le seguenti espressioni, applicando le proprietà delle potenze:

$$(1) \quad (2^x \cdot 2^3)^x, \quad \sqrt{a} \cdot a^{3x}, \quad a \frac{\sqrt[5]{a^x}}{\sqrt[15]{a^x}}, \quad \left(\frac{a^{4x}}{\sqrt{a}}\right)^3 \sqrt[4]{a^x}, \quad \left(\frac{\sqrt{a}}{a}\right)^{3x} : \left(\frac{\sqrt[5]{a}}{a^3}\right)^{2x}$$
$$\left[2^{x^2+3x}, a^{3x+\frac{1}{2}}, a^{\frac{15+2x}{15}}, a^{\frac{49x-6}{4}}, a^{\frac{41}{10}x}\right]$$

$$(2) \quad (3^{-2x} \cdot 3^3) : 3^x, \quad \left(\frac{2^x}{4^{2x}}\right)^3, \quad \sqrt{\frac{9^{x+1}}{3^{4x}}}, \quad 2^x \cdot 4^{x+1} \cdot 16^{x+2}, \quad 3^{-x} \cdot 9^{-\frac{1}{2}x}, \quad \left(3^{-2x+1} \cdot \sqrt[7]{9^x}\right)^3$$
$$\left[3^{-3x+3}, 2^{-9x}, 3^{1-x}, 2^{7x+10}, 3^{-2x}, 3^{\frac{-36x+21}{7}}\right]$$

(iii) Risolvere le seguenti disequazioni esponenziali:

- (1) $5^x > 25$ (2, +∞)
- (2) $\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^x < \frac{1}{9}$ (4, +∞)
- (3) $(0, 1)^x \leq 100$ [-2, +∞)
- (4) $5^x \geq 0,04$ [-2, +∞)
- (5) $\left(\frac{1}{3}\right)^x < 0$ \emptyset
- (6) $4^{7x-2} > 16$ $\left(\frac{4}{7}, +\infty\right)$
- (7) $1 - 7^{1+x} \geq 0$ (-∞, -1]
- (8) $4^{5x+8} \geq -12$ \mathbb{R}
- (9) $2^{\frac{x^2-x}{x+1}} \leq 1$ (-∞, -1) ∪ [0, 1]
- (10) $3^x + 3^{x+2} < 3^{x-1} + 87$ (-∞, 2)
- (11) $\frac{2^x}{2^{2x-1}} - 8\sqrt{2^{x^2-3}} < 0$ $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$
- (12) $3^{\sqrt{3+x-2x^2}} < 3^{2-x}$ $\left[-1, \frac{5-\sqrt{13}}{6}\right) \cup \left(\frac{5+\sqrt{13}}{6}, \frac{3}{2}\right]$
- (13) $4^{2x+1} - \frac{7}{3} \cdot 9^x > 7 \cdot 3^{2x} + 16^{x-1}$ $\left(\frac{3}{2}, +\infty\right)$
- (14) $\frac{7^{2x} - 7^x}{7^{2x} + 7^x} \geq 0$ [0, +∞)
- (15) $\frac{9^x + 3^x}{3^{2x} - 1} < 0$ (-∞, 0)
- (16) $\frac{2^x - 1}{8 - 2^x} \leq 0$ (-∞, 0] ∪ (3, +∞)
- (17) $\frac{5^{x^2-4x} - 1}{x - 2} \geq 0$ [0, 2) ∪ [4, +∞)
- (18) $4^x - 3 \cdot 2^x + 2 < 0$ (0, 1)
- (19) $5^{x+2} + 25^{x+1} > 750$ (1, +∞)
- (20) $\left(\frac{1}{3}\right)^x - 3^{x+1} \geq 0$ $\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right]$
- (21) $\left(\frac{1}{2}\right)^x - \left(\frac{1}{2}\right)^{-x} \geq 0$ (-∞, 0]

$$(22) \quad 4^{2/x} - 4^{1/x} + 1 > 0 \quad \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$(23) \quad 2^{3x-1} + (2^{x-1})^3 \geq 5 \cdot 2^x \quad \left[\frac{3}{2}, +\infty \right)$$

$$(24) \quad 3^{4x} - 3^{3x} - 7 \cdot 3^{2x} + 3^x + 6 < 0 \quad (0, 1)$$

$$(25) \quad \frac{3 \cdot 2^x}{2^x - 2} + \frac{4}{2^x + 2} + \frac{3 \cdot 4^x - 8}{4 - 4^x} < 0 \quad (-\infty, 1)$$

$$(26) \quad \frac{2 - 5^x}{2 \cdot 5^x - 2} + \frac{2}{25^x - 5^x} < \frac{3 - 5^x}{5^x - 1} \quad (-\infty, 0)$$

$$(27) \quad \left(e^{2x} - e^{\sqrt{x+2}} \right) (2^{1-x} - 2^x) \leq 0 \quad \left[-2, \frac{1}{2} \right] \cup \left[\frac{1 + \sqrt{33}}{8}, +\infty \right)$$

(iv)