

Università Politecnica delle Marche
a.a. 2009–2010

Facoltà di Scienze
Corso di Laurea in Scienze Biologiche

Corso di recupero per l'assolvimento degli obblighi formativi (OFA)
dell'insegnamento di Matematica

Dott. Livio Marangio

27 Ottobre 2009

Disequazioni algebriche

(i) Risolvere le seguenti disequazioni di primo grado:

$$\begin{aligned} (1) \quad & \frac{3x-2}{4} > \frac{x-2}{3} && \left(-\frac{2}{5}, +\infty\right) \\ (2) \quad & \frac{9(x-2)+10x}{12} \leq \frac{3x-1}{8} && \left(-\infty, \frac{33}{29}\right] \\ (3) \quad & \frac{\frac{2}{3}x-1}{\frac{1}{3}-1} - \frac{\frac{4-x}{2}}{1-\frac{1}{4}} < 5-x && \left(-\infty, \frac{37}{4}\right) \\ (4) \quad & (x^2+x+1)^2 - x^2(x^2+2x+3) - \frac{1}{3}(x+3) \geq 7 && \left[\frac{21}{5}, +\infty\right) \end{aligned}$$

(ii) Risolvere le seguenti disequazioni di secondo grado:

$$\begin{aligned} (1) \quad & x^2 - 4x < 0 && (0, 4) \\ (2) \quad & 9 - x^2 \leq 0 && (-\infty, -3] \cup [3, +\infty) \\ (3) \quad & \frac{4x}{x^2+4} \geq 1 && \{2\} \\ (4) \quad & 2 - 2(2x-1) + 4x^2 - 3 > 0 && \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\} \\ (5) \quad & \frac{3-2x}{2} - \frac{(x-1)^2}{4} < 3 && \mathbb{R} \\ (6) \quad & \frac{x^2+16}{4} - \frac{x-3}{2} \leq 1-x && \emptyset \end{aligned}$$

(iii) Risolvere le seguenti disequazioni di grado superiore al secondo e razionali:

- (1) $x^3 - 27 < 0$ $(-\infty, 3)$
- (2) $x(1 - 2x) - x^2(x - 4) + 4x - 6 \geq 0$ $(-\infty, -2] \cup [1, 3]$
- (3) $x^3 - 7x^2 + 7x - 1 > 0$ $(3 - 2\sqrt{2}, 1) \cup (3 + 2\sqrt{2}, +\infty)$
- (4) $x^4 - 17x^2 + 16 < 0$ $(-4, -1) \cup (1, 4)$
- (5) $3x^4 + x^2 - 2 \geq 0$ $(-\infty, -\sqrt{\frac{2}{3}}] \cup [\sqrt{\frac{2}{3}}, +\infty)$
- (6) $x^6 - 10x^3 + 16 > 0$ $(-\infty, \sqrt[3]{2}) \cup (2, +\infty)$
- (7) $\frac{4 - x}{x - 2} \geq 0$ $(2, 4)$
- (8) $\frac{x^2 + 2x - 5}{6x - x^2 - 8} \leq 0$ $(-\infty, -1 - \sqrt{6}] \cup [-1 + \sqrt{6}, 2) \cup (4, +\infty)$
- (9) $\frac{x^4 + 4x^2}{1 - 27x^3} \leq 0$ $\{0\} \cup (\frac{1}{3}, +\infty)$

(iv) Risolvere i seguenti sistemi di disequazioni:

- (1)
$$\begin{cases} (1 - x)(2 - x) + x^2 + 5x > 3x^2 - 1 \\ x^4 - x^2 \geq 0 \end{cases} \quad \{0\} \cup [1, 3]$$
- (2)
$$\begin{cases} \frac{3}{2}x^2 - 4x(x - 1) + (2x + 1)^2 < 4 \\ \frac{x-1}{2} - x(x + 3) > x^2 - x \end{cases} \quad \emptyset$$

(v) Risolvere le seguenti disequazioni irrazionali:

- | | | |
|------|--|---|
| (1) | $x - 1 - \sqrt{x+1} > 0$ | $(3, +\infty)$ |
| (2) | $2x - 3 < \sqrt{x-1}$ | $[1, 2)$ |
| (3) | $\sqrt{5+x} - 2x + 3 < 0$ | $\left(\frac{13 + \sqrt{105}}{8}, +\infty\right)$ |
| (4) | $\sqrt{1+2x} > 1 - x$ | $(0, +\infty)$ |
| (5) | $x + 7 \leq \sqrt{9 - x^2}$ | \emptyset |
| (6) | $x - 2 > \sqrt{1 - 4x - 5x^2}$ | \emptyset |
| (7) | $\sqrt{x^2 - 9} - \sqrt{2x + 1} < 0$ | $\left[3, 1 + \sqrt{11}\right)$ |
| (8) | $\sqrt{x+3} \geq \sqrt{4x+1} - \sqrt{2-x}$ | $\left[-\frac{1}{4}, \frac{7 + \sqrt{89}}{10}\right]$ |
| (9) | $\sqrt[3]{x^3 + 2x} \geq 4 + x$ | \emptyset |
| (10) | $\sqrt[3]{x^3 - 1} < x + 3$ | \mathbb{R} |

(vi) Risolvere le seguenti disequazioni con i valori assoluti:

- | | | |
|-----|----------------------------------|--|
| (1) | $ 3 + 2x < 4x + 1$ | $(1, +\infty)$ |
| (2) | $ 5 - 2x \geq 4 + x$ | $\left(-\infty, \frac{1}{3}\right] \cup [9, +\infty)$ |
| (3) | $x < 7 + 2 - 2x $ | \mathbb{R} |
| (4) | $x \geq 3x + 1 + 5$ | \emptyset |
| (5) | $ x - 5x + 2 - 3x + 4 \geq 0$ | $\left[-6, \frac{2}{7}\right]$ |
| (6) | $2 x^2 - x > x $ | $(-\infty, 0) \cup \left(0, \frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{3}{2}, +\infty\right)$ |
| (7) | $ 2 - x - 1 \geq 0$ | $(-\infty, 3] \cup [-1, 1] \cup [3, +\infty)$ |

(vii) Risolvere le seguenti disequazioni (fratte) irrazionali e/o con i valori assoluti:

- (1) $\frac{\sqrt{x^2 - 16} + 2 - x}{x^4 + 8x} \leq 0$ $[4, 5]$
- (2) $\frac{x - 4 + \sqrt{x + 2}}{1 - x^2} \geq 0$ $[-2, -1) \cup (1, 2]$
- (3) $\frac{x - \sqrt[3]{x^3 - x + 1}}{\sqrt{x(x - 2)} - x + 3} \leq 0$ $(-\infty, 0]$
- (4) $\frac{2x - 3 - |x + 4|}{|x + 3| - |2 - 5x|} \leq 0$ $\left(-\frac{1}{6}, \frac{5}{4}\right) \cup [7, +\infty)$
- (5) $\frac{x - 1 - \sqrt{x^2 - 4}}{|x - 2| + 3} \leq 0$ $(-\infty, -2] \cup \left[\frac{5}{2}, +\infty\right)$
- (6) $\left| -2x + 1 + \sqrt{|4 + x|} \right| \geq 1$ $\left(-\infty, \frac{1 + \sqrt{65}}{8}\right] \cup \left[\frac{9}{4}, +\infty\right)$
- (7) $\frac{\sqrt{2x^2 + x - 3} - x + 1}{\left|\frac{x}{x+2}\right| - 5} \leq 0$ $\left(-\infty, -\frac{5}{2}\right) \cup \left(-\frac{5}{3}, -\frac{3}{2}\right] \cup [1, +\infty)$