

Corsi di Laurea in Ingegneria Gestionale
Prova scritta di Matematica 1 del 23/02/2012

COGNOME _____ NOME _____

MATRICOLA _____

1) Mostrare che

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x \cos(x) - \log(x + \sqrt{1 + x^2})}{(2^x - 1) \sin(\log(1 + x^2))} = -\frac{1}{3 \log(2)}.$$

2) Tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = x - 1 + 2\sqrt{2 - 2x + x^2}.$$

3) Determinare lo sviluppo al quarto ordine per $x \rightarrow 0$ della funzione

$$f(x) = \cosh(x) - \frac{1}{\cos(x)}.$$

4) Determinare per quali $\alpha > 0$ risulta convergente l'integrale improprio

$$\int_0^1 \frac{1}{x^\alpha + x} dx$$

e calcolarlo per $\alpha = 1/2$.

5) Determinare al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$ il carattere (convergenza semplice, assoluta) della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(1 - \cos\left(\frac{1}{n^\alpha}\right)\right).$$