

Corsi di Laurea in Ingegneria Gestionale
Prova scritta di Matematica 1 del 27/01/2012

COGNOME _____ NOME _____

MATRICOLA _____

1) Mostrare che

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x \cos^2(x) - \sin(x)(1 - x^2)}{\sin(x) \log(\sqrt{1 + x^2})} = \frac{1}{3}.$$

2) Determinare il numero di soluzioni dell'equazione

$$|\log(x)| = \frac{1}{x^{1/4}}.$$

3) Determinare l'ordine di infinitesimo per $x \rightarrow 0$ della funzione

$$f(x) = e^{\sin x^2} - 2\sqrt{1 + x^2} + 1.$$

4) Determinare per quali $\alpha > 0$ risulta convergente l'integrale improprio

$$\int_0^1 x^\alpha \sqrt{1 + \frac{1}{x}} dx$$

e calcolarlo per $\alpha = 0$.

5) Determinare al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$ il carattere (convergenza semplice, assoluta) della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sin\left(\frac{1}{n^\alpha}\right).$$