

Scritto di Geometria per Ingegneria

Sessione Straordinaria — Anno Accademico 2001–2002 — 7 Gennaio 2002

Cognome: _____ Nome: _____ Matricola: _____ Immatricolato nel _____

ISTRUZIONI: Prima di tutto, su foglio che consegnerai devi scrivere, in nome, cognome e numero di matricola. Devi riconsegnare anche il testo dell'esame (cioè questo foglio).

Le soluzioni degli esercizi non vanno scritte qui, ma sui fogli protocollo a quadretti che hai debitamente portato con te. Dev'essere chiaro dove comincia e dove finisce la soluzione di ciascun esercizio; se possibile, evita di consegnare la brutta copia.

Le prime tre domande qui di seguito sono un filtro: se risposta è sbagliata, lo scritto è considerato insufficiente (e s'intende che due risposte mezze giuste contano quanto una risposta interamente giusta). Le risposte devono essere non basta rispondere "Sì" o "No". Se ritieni che l'affermazione proposta sia sempre vera (o sempre falsa), devi spiegare perché; se invece pensi sia talvolta falsa (o talvolta vera), devi indicare un esempio concreto in cui lo è.

a9

1. Trova le radici complesse del polinomio $z^4 + az^2 - a - 1$.

2. Esistono valori del parametro $k \in \mathbb{R}$ per cui i vettori $v_1 = \begin{vmatrix} 4 \\ k+1 \\ 6 \end{vmatrix}$ e $v_2 = \begin{vmatrix} a \\ 1 \\ 3 \end{vmatrix}$ siano linearmente dipendenti?

3. Determina il nucleo della matrice $A = \begin{vmatrix} -2 & -1 & a \\ 0 & 1 & a+6 \\ 1 & 1 & 3 \end{vmatrix}$.

Il resto dello scritto consiste nei tre esercizi qui di seguito. Leggi attentamente i testi, e poi risolvi nell'ordine che preferisci, scrivendo la soluzione quanto più chiaramente possibile. Buon lavoro!

A. Data la \mathcal{C} la conica di equazione $3x^2 + y^2 + 4xy + 2x - a = 0$, determinane la forma canonica affine.

B. Sia $X = \left\{ \begin{vmatrix} x & y & z \\ u & x & y \\ v & u & x \end{vmatrix} : x, y, z, u, v \in \mathbb{R} \right\}$.

- (i) Dimostra che X è un sottospazio vettoriale di $M_{3,3}(\mathbb{R})$ e determinane la dimensione.
- (ii) Verifica che $Y = \{A \in X : \text{tr } A = 0\}$ è un sottospazio vettoriale di X e calcolane la dimensione.
- (iii) Trova un supplementare di Y in X .

C. Siano $A = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ k & 4 \end{vmatrix}$, $B = \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 1 & 2h \end{vmatrix} \in M_{2,2}(\mathbb{R})$.

- i) Trova, se possibile, h, k in modo che A e B abbiano gli stessi autovalori.
 - ii) Trova, se possibile, h, k in modo che A e B abbiano gli stessi autovalori e gli stessi autospazi corrispondenti ad autovalori uguali.
-