

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Anno Accademico 2012/2013
Analisi Matematica 1

Nome

N. Matricola

Ancona, 12 gennaio 2013

1. Sono dati i numeri complessi

$$z_1 = 1 + i; \quad z_2 = -2 - 3i; \quad z_3 = 1 - i; \quad z_4 = -3 + i.$$

Calcolare: $z_1 + z_2$, $z_1 z_2$, z_1/z_2 , z_1^* , $|z_2|$ e $z_3 + z_4$, $z_3 z_4$, z_3/z_4 , z_3^* , $|z_4|$.

2. Determinare le proprietà di convergenza delle seguenti successioni e calcolare il limite delle successioni convergenti:

$$\frac{n^2 + n + 1}{2n^2 - 2n}; \quad \left(1 + \frac{1}{3n}\right)^{2n}; \quad \frac{\sin n}{n}; \quad (-1)^n \frac{n^2 + 1}{n + 1}$$

3. Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{e^{-|x|}}{x^2 - 1}$$

4. Identificare e classificare i punti di non derivabilità della funzione

$$f(x) = \frac{|\sin x|}{x - 1}.$$

Dopo aver verificato la derivabilità della funzione nel punto di ascissa $x = -\pi/4$, scrivere l'equazione della retta tangente al grafico in tale punto.

5. Calcolare l'integrale

$$\int_{-1}^1 \frac{|x|}{\sqrt{3+x}} dx$$

6. Stabilire la convergenza degli integrali impropri

$$\int_0^1 \frac{dx}{1+x+x^2/2-e^x}; \quad \int_1^{+\infty} \frac{x}{\sqrt{(x^2+3)^n}} dx.$$

(nel secondo caso, stabilire per quali valori di n l'integrale converge).

7. Determinare il dominio $X \in \mathbb{R}^2$ della funzione

$$f(x, y) = \ln(\sqrt{x} - \sqrt{y})$$

e rappresentarlo graficamente sul piano cartesiano.

8. Sia $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ data da $f(x, y) = x^2/y - x^3$. Calcolarne la derivata direzionale nel punto $(1, 2)$, lungo la direzione del vettore $\mathbf{v} = (1/2, \sqrt{3}/2)$.

9. Calcolare e classificare i punti critici della funzione

$$f(x, y) = x^3 + y^3 + xy$$

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Anno Accademico 2012/2013
Analisi Matematica 1

Nome

N. Matricola

Ancona, 12 gennaio 2013

1. Dati gli insiemi numerici

$$E_1 = [0, 1); \quad E_2 = \left\{ 1 - \frac{1}{n^2} \right\}_{n=1}^{\infty}; \quad E_3 = \left\{ \frac{n-2}{n+1} \right\}_{n=1}^{\infty}$$

determinarne estremo superiore ed estremo inferiore e punti di accumulazione; dire se ammettono massimo e minimo e, in caso affermativo, determinarli.

2. Determinare le proprietà di convergenza delle seguenti serie numeriche:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(n+1)!}; \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+3)}$$

3. Calcolare i limiti

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{e^x - 1 - x - x^2/2}; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(e^x - 1) - x - x^2/2}{x^4}.$$

usando il teorema di de l'Hopital.

4. Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{\cos x}{2|\sin x| - 1}$$

nell'intervallo $[-\pi, \pi]$.

5. Identificare e classificare i punti di non derivabilità della funzione

$$f(x) = \frac{|\cos x|}{x+1}.$$

Dopo aver verificato la derivabilità della funzione nel punto di ascissa $x = \pi/4$, scrivere l'equazione della retta tangente al grafico in tale punto.

6. Calcolare il primo dei limiti dell'esercizio 3 usando gli andamenti asintotici ed i polinomi di Taylor.

7. Calcolare l'integrale

$$\int_{-1}^1 3|x| \sqrt{4-x^2} dx$$

8. Sia $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ data da $f(x, y) = xy^2 - 1/y^3$. Calcolarne la derivata direzionale nel punto $(1, 3)$, lungo la direzione del vettore $\mathbf{v} = (\sqrt{3}/2, 1/2)$.

9. Calcolare e classificare i punti critici della funzione

$$f(x, y) = x^3 - y^3 + xy$$

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Anno Accademico 2012/2013
Analisi Matematica 1

Nome

N. Matricola

Ancona, 12 gennaio 2013

1. Sono dati i numeri complessi

$$z_1 = 2 - 4i; \quad z_2 = -3 - 2i; \quad z_3 = 1 + i; \quad z_4 = -2 - i.$$

Calcolare: $z_1 + z_2$, $z_1 z_2$, z_1/z_2 , z_1^* , $|z_2|$ e $z_3 + z_4$, $z_3 z_4$, z_3/z_4 , z_3^* , $|z_4|$.

2. Determinare le proprietà di convergenza delle seguenti successioni e calcolare il limite delle successioni convergenti:

$$\frac{n^2 + n + 1}{2n^3 - 2n}; \quad \left(1 - \frac{1}{2n}\right)^{5n}; \quad \frac{\sin n^2}{n}; \quad (-1)^n \frac{n+1}{n+1}$$

3. Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{|\ln x| - 1}{(\ln x)^2 + 1}$$

nell'intervallo $[-\pi, \pi]$.

4. Identificare e classificare i punti di non derivabilità della funzione

$$f(x) = \frac{\sqrt{|x|}}{x-1}.$$

Dopo aver verificato la derivabilità della funzione nel punto di ascissa $x = 2$, scrivere l'equazione della retta tangente al grafico in tale punto.

5. Calcolare l'integrale

$$\int_{-1}^1 \frac{\sqrt{|x|}}{x+1} dx$$

6. Stabilire la convergenza degli integrali impropri

$$\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2+x^4/2-e^{x^2}}; \quad \int_1^{+\infty} \frac{x^3}{\sqrt{(x+3)^n}} dx.$$

(nel secondo caso, stabilire per quali valori di n l'integrale converge).

7. Determinare il dominio $X \in \mathbb{R}^2$ della funzione

$$f(x, y) = \sqrt{\ln(x - y)}$$

e rappresentarlo graficamente sul piano cartesiano.

8. Sia $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ data da $f(x, y) = x^2/y^2 - y$. Calcolarne la derivata direzionale nel punto $(1, 3)$, lungo la direzione del vettore $\mathbf{v} = (-\sqrt{3}/2, 1/2)$.

9. Calcolare e classificare i punti critici della funzione

$$f(x, y) = x^3 + y^3 - xy$$

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Anno Accademico 2012/2013
Analisi Matematica 1

Nome

N. Matricola

Ancona, 12 gennaio 2013

1. Dati gli insiemi numerici

$$E_1 = (-1, 1]; \quad E_2 = \left\{ 1 + \frac{1}{n} \right\}_{n=1}^{\infty}; \quad E_3 = \left\{ \frac{n+1}{n-1} \right\}_{n=2}^{\infty}$$

determinarne estremo superiore ed estremo inferiore e punti di accumulazione; dire se ammettono massimo e minimo e, in caso affermativo, determinarli.

2. Determinare le proprietà di convergenza delle seguenti serie numeriche:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2}; \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2-1}$$

3. Calcolare i limiti

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2(\tan x - \sin x) - x^3}{x^5}; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{\tan^2 x} \right).$$

usando il teorema di de l'Hopital.

4. Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{\sqrt{|x-1|}}{x+1}.$$

5. Identificare e classificare i punti di non derivabilità della funzione

$$f(x) = \frac{x^{1/3}}{x-1}.$$

Dopo aver verificato la derivabilità della funzione nel punto di ascissa $x = 2$, scrivere l'equazione della retta tangente al grafico in tale punto.

6. Calcolare il primo dei limiti dell' esercizio 3 usando gli andamenti asintotici ed i polinomi di Taylor.

7. Calcolare l'integrale

$$\int_{-\pi/4}^{\pi/4} \frac{|\sin x| + \cos x}{\cos^3 x} dx$$

8. Sia $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ data da $f(x, y) = xy - y/x$. Calcolarne la derivata direzionale nel punto $(1, 3)$, lungo la direzione del vettore $\mathbf{v} = (-\sqrt{3}/2, -1/2)$.

9. Calcolare e classificare i punti critici della funzione

$$f(x, y) = x^3 - y^3 - xy$$

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Anno Accademico 2012/2013
Analisi Matematica 1

Nome

N. Matricola

Ancona, 12 gennaio 2013

1. Sono dati i numeri complessi

$$z_1 = -1 - i; \quad z_2 = -1 - 6i; \quad z_3 = 1 + i; \quad z_4 = -2 + 4i.$$

Calcolare: $z_1 + z_2$, $z_1 z_2$, z_1/z_2 , z_1^* , $|z_2|$ e $z_3 + z_4$, $z_3 z_4$, z_3/z_4 , z_3^* , $|z_4|$.

2. Determinare le proprietà di convergenza delle seguenti successioni e calcolare il limite delle successioni convergenti:

$$\frac{n^3 + n + 1}{2n^2 - 2n}; \quad \left(1 + \frac{1}{5n}\right)^n; \quad \frac{\sin(-n)}{n}; \quad (-1)^n \frac{n+1}{n+1}$$

3. Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{e^{-|x|}}{x^2 - 1}$$

4. Identificare e classificare i punti di non derivabilità della funzione

$$f(x) = \frac{|\cos x - 1/2|}{x - 1}.$$

Dopo aver verificato la derivabilità della funzione nel punto di ascissa $x = \pi/4$, scrivere l'equazione della retta tangente al grafico in tale punto.

5. Calcolare l'integrale

$$\int_{-1}^2 \frac{x}{\sqrt{3 + |x|}} dx$$

6. Stabilire la convergenza degli integrali impropri

$$\int_0^1 \frac{dx}{1 + x + x^2/2 - e^x}; \quad \int_1^{+\infty} \frac{x}{\sqrt{(x^2 + 3)^n}} dx.$$

(nel secondo caso, stabilire per quali valori di n l'integrale converge).

7. Determinare il dominio $X \in \mathbb{R}^2$ della funzione

$$f(x, y) = \ln \left(\frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{y}} \right)$$

e rappresentarlo graficamente sul piano cartesiano.

8. Sia $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ data da $f(x, y) = y/x^2 - x^3$. Calcolarne la derivata direzionale nel punto $(1, 2)$, lungo la direzione del vettore $\mathbf{v} = (\sqrt{2}/2, \sqrt{2}/2)$.

9. Calcolare e classificare i punti critici della funzione

$$f(x, y) = x^3 + y^2 + x^2y$$

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Anno Accademico 2012/2013
Analisi Matematica 1

Nome

N. Matricola

Ancona, 12 gennaio 2013

1. Dati gli insiemi numerici

$$E_1 = (-1, 1); \quad E_2 = \left\{ 1 - \frac{1}{n} \right\}_{n=1}^{\infty}; \quad E_3 = \left\{ \frac{n^2 - 2}{n^2 + 1} \right\}_{n=1}^{\infty}$$

determinarne estremo superiore ed estremo inferiore e punti di accumulazione; dire se ammettono massimo e minimo e, in caso affermativo, determinarli.

2. Determinare le proprietà di convergenza delle seguenti serie numeriche:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(n+2)!}; \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n(n+3)}$$

3. Calcolare i limiti

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{\sin x - x + x^3/6}; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(e^{2x} - 1) - x - x^2/2}{x^4}.$$

usando il teorema di de l'Hopital.

4. Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{\cos x}{2|\sin x| - 1}$$

nell'intervallo $[-\pi, \pi]$.

5. Identificare e classificare i punti di non derivabilità della funzione

$$f(x) = \frac{|\sin x - 1/2|}{x + 1}.$$

Dopo aver verificato la derivabilità della funzione nel punto di ascissa $x = -\pi/4$, scrivere l'equazione della retta tangente al grafico in tale punto.

6. Calcolare il primo dei limiti dell'esercizio 3 usando gli andamenti asintotici ed i polinomi di Taylor.

7. Calcolare l'integrale

$$\int_{-1}^1 3|x| \sqrt{4-|x|} dx$$

8. Sia $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ data da $f(x, y) = x/y^2 - y^3$. Calcolarne la derivata direzionale nel punto $(1, 3)$, lungo la direzione del vettore $\mathbf{v} = (\sqrt{3}/2, 1/2)$.

9. Calcolare e classificare i punti critici della funzione

$$f(x, y) = x^2 - y^3 + x y^2$$

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Anno Accademico 2012/2013
Analisi Matematica 1

Nome

N. Matricola

Ancona, 12 gennaio 2013

1. Sono dati i numeri complessi

$$z_1 = 1 - 4i; \quad z_2 = -2 - 2i; \quad z_3 = 1 + 3i; \quad z_4 = 2 - 5i.$$

Calcolare: $z_1 + z_2$, $z_1 z_2$, z_1/z_2 , z_1^* , $|z_2|$ e $z_3 + z_4$, $z_3 z_4$, z_3/z_4 , z_3^* , $|z_4|$.

2. Determinare le proprietà di convergenza delle seguenti successioni e calcolare il limite delle successioni convergenti:

$$\frac{n^4 + n + 1}{2n^3 - 2n^5}; \quad \left(1 - \frac{1}{3n}\right)^{9n}; \quad \frac{\sin(-n^2)}{n}; \quad (-1)^n \frac{n+1}{n-1}$$

3. Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{|\ln x| - 1}{(\ln x)^2 + 1}$$

4. Identificare e classificare i punti di non derivabilità della funzione

$$f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{|x|+2}.$$

Dopo aver verificato la derivabilità della funzione nel punto di ascissa $x = 2$, scrivere l'equazione della retta tangente al grafico in tale punto.

5. Calcolare l'integrale

$$\int_0^2 \frac{\sqrt{x}}{|x-1|+1} dx$$

6. Stabilire la convergenza degli integrali impropri

$$\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2+x^4/2-e^{x^2}}; \quad \int_1^{+\infty} \frac{x^3}{\sqrt{(x+3)^n}} dx.$$

(nel secondo caso, stabilire per quali valori di n l'integrale converge).

7. Determinare il dominio $X \in \mathbb{R}^2$ della funzione

$$f(x, y) = \sqrt{\ln\left(\frac{1}{x-y}\right)}$$

e rappresentarlo graficamente sul piano cartesiano.

8. Sia $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ data da $f(x, y) = x^2y^2 - y/x$. Calcolarne la derivata direzionale nel punto $(1, -2)$, lungo la direzione del vettore $\mathbf{v} = (-\sqrt{2}/2, \sqrt{2}/2)$.

9. Calcolare e classificare i punti critici della funzione

$$f(x, y) = x^2 + y^3 - xy^2$$

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Anno Accademico 2012/2013
Analisi Matematica 1

Nome

N. Matricola

Ancona, 12 gennaio 2013

1. Dati gli insiemi numerici

$$E_1 = [-1, 1]; \quad E_2 = \left\{ 1 + \frac{1}{n^2} \right\}_{n=1}^{\infty}; \quad E_3 = \left\{ \frac{n+1}{n^2-1} \right\}_{n=2}^{\infty}$$

determinarne estremo superiore ed estremo inferiore e punti di accumulazione; dire se ammettono massimo e minimo e, in caso affermativo, determinarli.

2. Determinare le proprietà di convergenza delle seguenti serie numeriche:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n^2(n+1)^3}; \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2-n}$$

3. Calcolare i limiti

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2(1 - \cos x) - x^2}{x^4}; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\tan x} \right).$$

usando il teorema di de l'Hopital.

4. Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{\sqrt{|x-1|}}{x+1}.$$

5. Identificare e classificare i punti di non derivabilità della funzione

$$f(x) = \frac{x^{1/3}}{x^2-1}.$$

Dopo aver verificato la derivabilità della funzione nel punto di ascissa $x = 2$, scrivere l'equazione della retta tangente al grafico in tale punto.

6. Calcolare il primo dei limiti dell'esercizio 3 usando gli andamenti asintotici ed i polinomi di Taylor.

7. Calcolare l'integrale

$$\int_{\pi/4}^{3\pi/4} \frac{\sin x + |\cos x|}{\sin^3 x} dx$$

8. Sia $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ data da $f(x, y) = x/y - y^2x$. Calcolarne la derivata direzionale nel punto $(1, 3)$, lungo la direzione del vettore $\mathbf{v} = (-\sqrt{2}/2, -\sqrt{2}/2)$.

9. Calcolare e classificare i punti critici della funzione

$$f(x, y) = x^3 - y^2 - x^2y$$