

Prima prova parziale di Analisi Matematica 2
Ing. Informatica e dell'Automazione – A.A. 2013/14 – scheda 1

Cognome: _____ Nome: _____ Matricola: _____ Immatricolato nel _____

1) Calcolare l'integrale doppio

$$\iint_A |xy| \, dx \, dy,$$

dove $A = \{(x, y) : |x| + |y| \leq 1\}$.

2) Sia γ la curva nello spazio ottenuta dall'intersezione del cilindro $x^2 + y^2 = 4$ e del piano $x + z - 1 = 0$, orientata in modo che il versore $(0, 1, 0)$ sia tangente a γ nel punto di coordinate $(2, 0, -1)$. Stabilire se γ è regolare, chiusa, semplice e calcolare $\int_{\gamma} \omega$, dove $\omega = -ydx + xdy + zdz$.

3) Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{1}{xy} \\ y(-1) = 1, \end{cases}$$

specificandone il dominio.

Prima prova parziale di Analisi Matematica 2
Ing. Informatica e dell'Automazione – A.A. 2013/14 – scheda 2

Cognome: _____ Nome: _____ Matricola: _____ Immatricolato nel _____

1) Sia E il corpo solido ottenuto dall'intersezione del cono $z \geq \sqrt{x^2 + y^2}$ e del paraboloide $z \leq 2 - (x^2 + y^2)$ e di densità $\delta = |z - 1|$.

a) Calcolare la massa di E .

b) Determinarne le coordinate del baricentro.

2) Data la forma differenziale

$$\omega = \left(\frac{y^2 + 1}{x} - 2h(y) + 1 \right) dx + \left(2y \log x + \frac{1 - 2x}{1 + y^2} + \sqrt{5} \right) dy,$$

determinare la funzione $h(y)$ tale che ω sia chiusa nel suo dominio e $h(0) = 0$. Stabilire poi se ω è anche esatta nel suo dominio e trovarne una primitiva.

Infine, data la curva $\varphi(t) = (1 + t^4, t^2)$, con $t \in [0, 1]$, dire se è regolare, chiusa, semplice e calcolare $\int_{\varphi} \omega$.

3) Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = -\frac{xy}{x^2 - 1} + \frac{1}{x(x^2 - 1)^{3/2}} \\ y(2) = 0, \end{cases}$$

specificandone il dominio.

Prima prova parziale di Analisi Matematica 2
Ing. Informatica e dell'Automazione – A.A. 2013/14 – scheda 3

Cognome: _____ Nome: _____ Matricola: _____ Immatricolato nel _____

- 1)** Determinare i punti di massimo e di minimo relativo della funzione

$$f(x, y) = x^3 + 3xy^2 - 15x - 12y.$$

Scrivere poi l'equazione del piano tangente al grafico di $f(x, y)$ nel punto $(1, -1, 1)$.

- 2)** Sia γ la curva nello spazio ottenuta dall'intersezione del cilindro $x^2 + y^2 = 1$ e del piano $y - z - 1 = 0$ nella regione $x \geq 0, y \geq 0$. Calcolare $\int_{\gamma} xy ds$.

- 3)** Calcolare la massa di un disco di raggio r sapendo che la densità superficiale è proporzionale alla distanza dal centro.

Prima prova parziale di Analisi Matematica 2
Ing. Informatica e dell'Automazione – A.A. 2013/14 – scheda 4

Cognome: _____ Nome: _____ Matricola: _____ Immatricolato nel _____

1) Determinare massimo e minimo assoluti della funzione

$$f(x, y) = |x + y| - |x^2 - y^2|$$

nel quadrato di vertici $(1, 1)$, $(-1, 1)$, $(1, -1)$ e $(-1, -1)$.

2) Data la curva nello spazio di equazione parametrica $\varphi(t) = (t^2, t^3, t^2)$, con $t \in [0, 1]$, dire se è regolare, chiusa, semplice e calcolarne la lunghezza.

Scrivere poi l'equazione della retta tangente alla curva nel punto $\varphi(1/2)$.

3) Calcolare l'integrale triplo

$$\iiint_S (|x| + |y|)|z| \, dx \, dy \, dz,$$

dove $S = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 \leq r^2\}$, con $r > 0$.

Seconda prova parziale di Analisi Matematica 2
Ing. Informatica e dell'Automazione – A.A. 2013/14 – scheda 5

Cognome: _____ Nome: _____ Matricola: _____ Immatricolato nel _____

1) Calcolare

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1 + \sin(\pi x)}{(x^2 + 4)^2} dx.$$

2) Calcolare

$$\int_0^{2\pi} \frac{1}{(\sqrt{3} \sin(x) - 2)^2} dx.$$

3) Sviluppare in serie di Laurent la funzione

$$f(z) = \frac{1}{z(z^2 - 2\sqrt{3}z + 4)}$$

nelle corone $C_1 = \{z \in \mathbb{C} : |z| > 2\}$ e $C_2 = \{z \in \mathbb{C} : 0 < |z - z_1| < 2\}$, dove $z_1 = \sqrt{3} - i$.

Seconda prova parziale di Analisi Matematica 2
Ing. Informatica e dell'Automazione – A.A. 2013/14 – scheda 6

Cognome: _____ Nome: _____ Matricola: _____ Immatricolato nel _____

1) Calcolare

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos(2x) - 1}{(\pi - x)^2(x^2 + 4)} dx.$$

2) Calcolare

$$\int_{\gamma} \frac{1}{z^3 + 8i} dz,$$

dove $\gamma = \{z \in \mathbb{C} : |z + i| = 2\}$.

3) Calcolare la trasformata di Fourier della funzione

$$f(x) = \frac{\cos(2x)}{(x^2 + 5)^2}.$$

Seconda prova parziale di Analisi Matematica 2
Ing. Informatica e dell'Automazione – A.A. 2013/14 – scheda 7

Cognome: _____ Nome: _____ Matricola: _____ Immatricolato nel _____

1) Calcolare

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin(\pi x)}{(x-1)(x^2-2x+3)} dx$$

2) Sia

$$f(z) = \frac{1}{z^3 - 3\sqrt{2}iz^2 - 4z}$$

a) Trovare e classificare le singolarità della funzione f e calcolarne i residui.

b) Sviluppare f in serie di Laurent nelle corone

$$C_1 = \{z \in \mathbb{C} : 0 < |z| < 1\} \quad \text{e} \quad C_2 = \{z \in \mathbb{C} : |z - i\sqrt{2}| > 2\}.$$

3) Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + 4y' + 4y = \chi_{[0,1]}(t) - \chi_{[1,2]}(t) \\ y(0) = 1, \quad y'(0) = -1 \end{cases}$$

dove $\chi_{[a,b]}$ è la funzione caratteristica dell'intervallo $[a, b]$.

Seconda prova parziale di Analisi Matematica 2
Ing. Informatica e dell'Automazione – A.A. 2013/14 – scheda 8

Cognome: _____ Nome: _____ Matricola: _____ Immatricolato nel _____

1) Calcolare

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin(x)}{x(x^2 + x + 1)^2} dx$$

2) Calcolare la trasformata di Fourier della funzione

$$f(x) = \frac{\cos(2x)}{(x^2 + 4x + 5)(x^2 - 4x + 5)}$$

3) Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + y' - 2y = te^{-2t} \\ y(0) = 0, \quad y'(0) = 0 \end{cases}$$

Prova scritta di Analisi Matematica 2
Ing. Informatica e dell'Automazione – A.A. 2013/14 – scheda 9

Cognome: _____ Nome: _____ Matricola: _____ Immatricolato nel _____

1) Calcolare l'integrale triplo

$$\iiint_E (x^2 + y^2) \, dx \, dy \, dz,$$

$$\text{dove } E = \left\{ (x, y, z) : 1 - z \leq x^2 + y^2 \leq 1 - \frac{z^2}{9}, \, z \leq 2 \right\}.$$

2) Calcolare

$$\int_{\gamma} \frac{1}{e^{iz} - 1} \, dz,$$

$$\text{dove } \gamma = \{z \in \mathbb{C} : |z| = 3\pi\}.$$

3) Calcolare la trasformata di Fourier della funzione

$$f(x) = \frac{\cos(x)}{(x^2 + 1)(x^2 + 4)}$$

4) Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{4x^3 y}{1 + x^4} + \frac{x^4 + 1}{x^2 - 1} \\ y(0) = \sqrt{2}, \end{cases}$$

specificandone il dominio.

Prova scritta di Analisi Matematica 2
Ing. Informatica e dell'Automazione – A.A. 2013/14 – scheda 10

Cognome: _____ Nome: _____ Matricola: _____ Immatricolato nel _____

- 1)** Determinare massimo e minimo assoluti della funzione

$$f(x, y) = xy(x + y)^2$$

nel disco chiuso di centro $(0, 0)$ e raggio $\sqrt{2}$.

- 2)** Data la curva nello spazio di equazione parametrica $\varphi(t) = (e^t, \sqrt{2}t, -e^{-t})$, con $t \in [-1, 1]$, dire se è regolare, chiusa, semplice e calcolarne la lunghezza.

Scrivere poi l'equazione della retta tangente alla curva nel punto $\varphi(0)$.

- 3)** Calcolare

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1 - \cos(2\pi x)}{(x^2 - 2x + 2)(1 - x^2)^2} dx.$$

- 4)** Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''(t) + y(t) = \chi_{[0, \pi]}(t) - \chi_{[\pi, 2\pi]}(t) \\ y(0) = 0, \quad y'(0) = 0 \end{cases}$$

dove $\chi_{[a, b]}$ è la funzione caratteristica dell'intervallo $[a, b]$.