Prima prova parziale di Analisi Matematica 2
Ing. Informatica e dell'Automazione – A.A. 2013/14 – 17/05/2014

Cognome:___________________ Nome:___________________ Matricola:__________ Immatricolato nel _____

1) Calcolare l'integrale doppio

$$\iint_A (|x-1| + |y-1|)\, \mathrm{d}x\, \mathrm{d}y,$$

dove A è il quadrato di vertici $(1,0)$, $(1,2)$, $(-1,2)$, $(-1,0)$.

2) Data la forma differenziale nello spazio

$$\omega = \left(g(z) + \frac{y}{x}\right) \mathrm{d}x + \left(\log x + \frac{z}{y}\right) \mathrm{d}y + \left(\log y + \frac{xz}{1+z^4}\right) \mathrm{d}z,$$

determinare la funzione $g(z)$ tale che ω sia chiusa nel suo dominio e $g(0) = 0$. Stabilire poi se ω è anche esatta nel suo dominio e trovarne una primitiva.

Infine, parametrizzare il segmento (orientato) γ che congiunge i punti $(1,2,0)$ e $(2,4,0)$ e calcolare $\displaystyle\int_\gamma \omega$.

3) Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' - \dfrac{y}{x^2} = \dfrac{\mathrm{e}^{2/x}}{x^2} \\ y(2) = \mathrm{e}, \end{cases}$$

specificandone il dominio.

Seconda prova parziale di Analisi Matematica 2
Ing. Informatica e dell'Automazione – A.A. 2013/14 – 07/06/2014

Cognome:___________________ Nome:___________________Matricola:_________ Immatricolato nel _____

1) Calcolare

$$\int_0^{2\pi} \frac{1-\cos(x)}{(\sqrt{2}+\cos(x))^2}\,\mathrm{d}x.$$

2) Sia

$$f(z) = \frac{1}{z^3 - 4\sqrt{3}iz^2 - 9z}$$

a) Trovare e classificare le singolarità della funzione f e calcolarne i residui.
b) Sviluppare f in serie di Laurent nelle corone
$C_1 = \{z \in \mathbb{C} : 0 < |z| < \sqrt{3}\}$ e $C_2 = \{z \in \mathbb{C} : 0 < |z - 3\sqrt{3}i| < 2\sqrt{3}\}$.

3) Calcolare la trasformata di Fourier della funzione

$$f(x) = \frac{\sin(x)\cos(x)}{x(x^2+2x+2)}.$$

Prova scritta di Analisi Matematica 2
Ing. Informatica e dell'Automazione – A.A. 2013/14 – 21/06/2014

Cognome:___________________ Nome:___________________Matricola:_________ Immatricolato nel _____

1) Determinare massimo e minimo assoluti della funzione

$$f(x,y) = xy(3x + y - 3)$$

nel triangolo di vertici $(0,0)$, $(1,0)$ e $(0,3)$.

2) Sia E il corpo solido ottenuto dall'intersezione della sfera $x^2 + y^2 + z^2 \leq 4r^2$ e del cilindro $x^2 + y^2 \leq r^2$, dove $r > 0$, e di densità $\delta = |z|$.
a) Calcolare la massa di E.
b) Calcolare il momento di inerzia del solido E rispetto all'asse z.

3) Calcolare

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin(x)}{x(x^2+2)^2}\,\mathrm{d}x$$

4) Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''(t) + 4y'(t) + 3y(t) = \chi_{[1,+\infty)}(t) \\ y(0) = 2, \quad y'(0) = 1 \end{cases}$$

dove $\chi_{[a,b]}$ è la funzione caratteristica dell'intervallo $[a,b]$.

Prova scritta di Analisi Matematica 2
Ing. Informatica e dell'Automazione – A.A. 2013/14 – 04/07/2014

Cognome:___________________ Nome:___________________Matricola:_________ Immatricolato nel _____

1) Calcolare l'integrale doppio

$$\iint_D x\,|y|\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$$

dove

$$D = \{x^2 + y^2 \le 1, x \le 0\} \cup \{|x| + |y| \le 1, x \ge 0\}$$

2) Calcolare

$$\int_\gamma \frac{1}{z\sin(iz)}\,\mathrm{d}z$$

dove $\gamma = \{z \in \mathbb{C} : |z - i| = 3\}$ (percorsa in senso antiorario).

3) Calcolare la trasformata di Fourier della funzione

$$f(x) = \frac{\cos(x)}{(x^2+2)^3}$$

4) Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' + \dfrac{y}{2x} = \dfrac{1}{\sqrt{x}}\arctan(\sqrt{x}) \\ y(1) = \dfrac{\pi}{2}, \end{cases}$$

specificandone il dominio.

Prova scritta di Analisi Matematica 2
Ing. Informatica e dell'Automazione – A.A. 2013/14 – 01/08/2014

Cognome:___________________ Nome:___________________Matricola:_________ Immatricolato nel _____

1) Calcolare l'integrale triplo

$$\iiint_E (|x| + |y|)\, \mathrm{d}x\, \mathrm{d}y\, \mathrm{d}z$$

dove E è il solido ottenuto dall'intersezione del cono $z^2 \geq x^2 + y^2$, $z \geq 0$ e del paraboloide $x^2 + y^2 \leq 8 - 2z$.

2) Sia γ la curva nello spazio ottenuta dall'intersezione della sfera $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ e del piano $\sqrt{2}x + y = 0$, orientata in modo che il versore $(0, 0, 1)$ sia tangente a γ nel punto di coordinate $(\sqrt{3}, -\sqrt{6}, 0)$. Stabilire se γ è regolare, chiusa, semplice e calcolare $\displaystyle\int_\gamma \omega$, dove $\omega = y\mathrm{d}x + z\mathrm{d}y + x\mathrm{d}z$.

3) Calcolare

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin x \cos x}{(x - \pi)(x^2 + 9)^2}\, \mathrm{d}x$$

4) Calcolare

$$\int_\gamma \frac{1}{z^4 + 4}\, \mathrm{d}z$$

dove $\gamma = \{z \in \mathbb{C} : |z - 1| = \sqrt{2}\}$ (percorsa in senso antiorario).

Prova scritta di Analisi Matematica 2
Ing. Informatica e dell'Automazione – A.A. 2013/14 – 12/09/2014

Cognome:___________________ Nome:___________________Matricola:__________ Immatricolato nel _____

1) Determinare massimo e minimo assoluti della funzione

$$f(x,y) = x^2 + 4y^2 + 6x + 8$$

nel disco chiuso di centro $(0,0)$ e raggio 2.

2) Calcolare l'integrale doppio

$$\iint_D e^{|y|}\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$$

dove

$$D = \{|x| + |y| \le 1, x \le 0\} \cup \{x + y^2 - 1 \le 0, x \ge 0\}$$

3) Calcolare

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin x \cos x}{(x-2\pi)(x^2-6x+10)}\,\mathrm{d}x$$

4) Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''(t) + 4y'(t) + 5y(t) = t\,\chi_{[0,1]}(t) \\ y(0) = 0, \quad y'(0) = 1 \end{cases}$$

dove $\chi_{[a,b]}$ è la funzione caratteristica dell'intervallo $[a,b]$.

Prova scritta di Analisi Matematica 2
Ing. Informatica e dell'Automazione – A.A. 2013/14 – 10/10/2014

Cognome:___________________ Nome:___________________Matricola:_________ Immatricolato nel _____

1) Sia E il corpo solido ottenuto dall'intersezione del cono $z \leq 6 - \sqrt{x^2 + y^2}$ e del paraboloide $z \geq x^2 + y^2$ e di densità $\delta = |z - 2|$.

a) Calcolare la massa di E.

b) Determinarne le coordinate del baricentro.

2) Sviluppare in serie di Laurent la funzione

$$f(z) = \frac{1}{z^2 - 2iz - 3}$$

nelle corone $C_1 = \left\{ z \in \mathbb{C} : 0 < |z| < \sqrt{3} \right\}$ e $C_2 = \{ z \in \mathbb{C} : 0 < |z - z_1| < 2 \}$, dove $z_1 = i + \sqrt{2}$.

3) Calcolare la trasformata di Fourier della funzione

$$f(x) = \frac{\sin(x)}{x^6 + 27}$$

4) Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' + \dfrac{2xy}{x^2 + 1} = \dfrac{2x}{x^2 + 1} \log(x^2 + 1) \\ y(0) = 2 \end{cases}$$

specificandone il dominio.

Prova scritta di Analisi Matematica 2
Ing. Informatica e dell'Automazione – A.A. 2013/14 – 13/01/2015

Cognome:__________________ Nome:__________________ Matricola:_________ Immatricolato nel _____

1) Calcolare l'integrale doppio
$$\iint_T |x+1| \, \mathrm{d}x \, \mathrm{d}y$$
dove T è il triangolo di vertici $(-2,0)$, $(0,0)$ e $(0,-1)$.

2) Calcolare
$$\int_\gamma \frac{1}{z(e^{iz}-1)} \, \mathrm{d}z$$
dove $\gamma = \{z \in \mathbb{C} : |z-1| = 3\}$ (percorsa in senso antiorario).

3) Calcolare la trasformata di Fourier della funzione
$$f(x) = \frac{1}{x^4+25}$$

4) Determinare la soluzione del problema di Cauchy
$$\begin{cases} y' - \dfrac{2y}{x} = x^3 \arctan(x^2) \\ y(-1) = \dfrac{\pi}{8} \end{cases}$$
specificandone il dominio.

Prova scritta di Analisi Matematica 2
Ing. Informatica e dell'Automazione – A.A. 2013/14 – 13/02/2015

Cognome:___________________ Nome:___________________Matricola:_________ Immatricolato nel _____

1) Determinare massimo e minimo assoluti della funzione

$$f(x,y) = x^2 + y^2 + xy$$

nell'insieme $A = \{x^2 + y^2 \leq 4, y \geq -1\}$.

2) Sia γ la curva nello spazio definita da $\gamma = \{x^2 + y^2 - 2y = 0\} \cap \{y - z = 0\}$, orientata in modo che il versore $(0, 1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2})$ sia tangente a γ nel punto di coordinate $(1,1,1)$. Calcolare $\displaystyle\int_\gamma \omega$, dove $\omega = y^2 \mathrm{d}x + xy\mathrm{d}y + xz\mathrm{d}z$.

3) Sviluppare in serie di Laurent la funzione

$$f(z) = \frac{1}{z^2 + 2iz + 3}$$

nelle corone $\quad C_1 = \{z \in \mathbb{C} : 1 < |z| < 3\} \quad$ e $\quad C_2 = \{z \in \mathbb{C} : 0 < |z - i| < 4\}$.

4) Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''(t) + 4y(t) = \chi_{[0,\pi]}(t) \\ y(0) = 1, \quad y'(0) = -1 \end{cases}$$

dove $\chi_{[a,b]}$ è la funzione caratteristica dell'intervallo $[a,b]$.