

Esame di Geometria. Ing.Civile e Ambientale
Anno Accademico 2015–2016. 23 Settembre 2016

Cognome: _____ Nome: _____ Matricola: _____ Immatricolato nel _____

ISTRUZIONI: Scrivi nome e cognome sul testo dell'esame (cioè questo foglio) e su ogni foglio protocollo che consegnerai. Non devi consegnare la brutta copia. Durante l'esame puoi consultare appunti e libri.

Poni \mathbf{a} uguale all'ultima cifra del tuo numero di matricola: $\mathbf{a} =$ _____

Le risposte alle domande filtro devono essere giustificate. Negli esercizi vanno riportati tutti gli svolgimenti dei calcoli.

-
1. Esistono matrici A invertibili tali che A e $-A$ sono simili?
 2. Esistono valori di $k \in \mathbb{R}$ per cui i due piani in \mathbb{R}^3 di equazioni $(k + \mathbf{a})x + (k - 3)y + (\mathbf{a} + 2)z = 12$ e $x + (\mathbf{a} + 2)y + 3z = 0$ sono perpendicolari?
 3. Esistono valori di $k \in \mathbb{R}$ per cui i seguenti vettori formano una base ortogonale di \mathbb{R}^3 ?

$$\left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ k \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -2k \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} k \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \right\}$$

A. Data la quadrica

$$Q_k : 2kxy + 2xz + 2yz + 6z = 0$$

- (i) Classifica la quadrica Q_k al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$.
- (ii) Poni $k = \frac{1}{3}$. Verifica che il punto $A = (0, -3, 1)$ appartiene alla quadrica. Scrivi l'equazione del piano tangente Π alla quadrica nel punto A . Trova l'intersezione tra il piano Π e la quadrica.

B. Dati i sottospazi di \mathbb{R}^4 :

$$U = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} : (10 - \mathbf{a})x + y - z - w = 0 \right\} \text{ e } W = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} : x - w = 0, (11 - \mathbf{a})x - z = 0 \right\}$$

- (i) Trova basi e dimensioni di U e di W .
- (ii) Trova basi e dimensioni di $U \cap W$ e di $U \cup W$.
- (iii) Scrivi un supplementare di W in \mathbb{R}^4 .
- (iv) Trova una base del supplemento ortogonale U^\perp di U in \mathbb{R}^4 .

C. Dato l'endomorfismo $T : \mathbb{R}_2[t] \rightarrow \mathbb{R}_2[t]$ definito da $T(p(t)) = p(0)t^2 + p(1)t + p(0)$ per ogni polinomio $p(t) \in \mathbb{R}_2[t]$.

- (i) Scrivi la matrice associata a T rispetto a una base a tua scelta.
- (ii) Trova dimensioni e basi di $\text{Ker}(T)$ e di $\text{Im}(T)$.
- (iii) Stabilisci se T è iniettiva e/o suriettiva e/o invertibile.
- (v) Stabilisci se T è diagonalizzabile.
- (vi) Stabilisci se ciascuno di questi polinomi appartiene o meno a $\text{Im}(T)$ e a $\text{Ker}(T)$:

$$p_1 = (\mathbf{a} + 1)t^2 - t, \quad p_2 = 3t^2 - \mathbf{a}t + 3 \quad p_3 = 5t^2 + 5t + 5. \quad p_4 = 11t^2 - 11t$$
