

Esame di Geometria. Ing. Edile Architettura
Anno Accademico 2016–2017. 20 Settembre 2017

Cognome: _____ Nome: _____ Matricola: _____ Immatricolato nel _____

ISTRUZIONI: Scrivi nome e cognome sul testo dell'esame (cioè questo foglio) e su ogni foglio protocollo che consegnerai. Non devi consegnare la brutta copia. Durante l'esame puoi consultare appunti e libri.

Poni \mathbf{a} uguale alla penultima cifra del tuo numero di matricola: $\mathbf{a} =$ _____

Le risposte alle domande filtro devono essere giustificate. Negli esercizi vanno riportati tutti gli svolgimenti dei calcoli.

-
1. E' vero che $x^2 + 12xy + 2y^2 + (2\mathbf{a} + 2)x + 6y = 0$ e' l'equazione di un'ellisse nel piano?
 2. Esiste un sistema lineare di $\mathbf{a} + 6$ equazioni in 12 incognite che non ammette nessuna soluzione?
 3. Esiste una forma bilinere simmetrica indefinita su \mathbb{R}^3 tale che $\langle e_1, e_1 \rangle = \langle e_2, e_2 \rangle = \langle e_3, e_3 \rangle = 2$?

A. Al variare di $k \in \mathbb{R}$ considera la matrice $A_k = \begin{pmatrix} 5 & -3 & 0 \\ 2+k & -k & 0 \\ \mathbf{a} & -\mathbf{a} & k+1 \end{pmatrix}$

- (i) Trova gli autovalori di A_k ;
- (iii) stabilisci per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ la matrice A_k è diagonalizzabile;
- (iv) per i valori di k per cui A_k è diagonalizzabile scrivi una base di autovettori.

B. Data l'applicazione lineare $T : \mathbb{R}_2[t] \rightarrow M_{2,2}(\mathbb{R})$ definita da

$$T(p(t)) = \begin{pmatrix} p(1) & 0 \\ p(0) & p(-1) \end{pmatrix}$$

- (i) Scrivi la matrice associata a T ;
- (ii) calcola dimensione e base di $\text{Ker}(T)$ e $\text{Im}(T)$;
- (iii) stabilisci se T e' iniettiva, se e' suriettiva, se e' biunivoca.
- (iv) Scrivi un supplementare di $\text{Im}(T)$ in $M_{2,2}(\mathbb{R})$.
- (v) Data l'applicazione lineare $S : \mathbb{R}_2[t] \rightarrow \mathbb{R}$ definita come $S(p(t)) = \text{tr}(T(p(t)))$ (dove tr denota la traccia di una matrice). Calcola la dimensione di $\text{Ker}(S)$ e $\text{Im}(S)$ e stabilisci se S e' iniettiva, se e' suriettiva, se e' biunivoca.

C. Data la retta $r : \begin{cases} x + y - z = 0 \\ y = 2 \end{cases}$

- (i) Scrivi l'equazione della retta s passante per $A = (2, 2, 2)$ e perpendicolare al piano di equazione $x = 11$.
 - (ii) Studia la posizione reciproca tra le rette r ed s e l'eventuale intersezione.
 - (iii) Scrivi l'equazione del piano Π che contiene le rette r ed s , se esiste.
 - (iv) Calcola l'angolo formato dalle rette r ed s .
 - (iv) Scrivi, se esiste, l'equazione del piano passante per l'origine, parallelo a r e perpendicolare a Π .
-