

Esame di Geometria. Ing.Civile e Ambientale
Anno Accademico 2015–2016. 11 Luglio 2016

Cognome: _____ Nome: _____ Matricola: _____ Immatricolato nel _____

ISTRUZIONI: Scrivi nome e cognome sul testo dell'esame (cioè questo foglio) e su ogni foglio protocollo che consegnerai. Non devi consegnare la brutta copia. Durante l'esame puoi consultare appunti e libri.

Poni a uguale all'ultima cifra del tuo numero di matricola: $a =$ _____

Le risposte alle domande filtro devono essere giustificate. Negli esercizi vanno riportati tutti gli svolgimenti dei calcoli.

1. È vero che non esistono endomorfismi diagonalizzabili di \mathbb{R}^2 con polinomio caratteristico $p(t) = t^2 - 8t + 16$?

2. Data una matrice A non nulla e quadrata, è vero che se $A^2 = 0$ allora A non è invertibile?

3. Esistono sistemi lineari di $a + 1$ equazioni in $a + 3$ incognite che ammettono una sola soluzione?

A. Dati i due punti $A = (1, 0, a)$ e $B = (1, 1, 9)$:

(i) scrivi equazioni cartesiane e parametriche della retta r passante per A e B .

(ii) Scrivi l'equazione del fascio di piani di asse r .

(iii) Scrivi equazioni cartesiane e parametriche del piano contenente r e passante per $C = (2, 0, 1)$.

(iv) Trova, se esistono, tutti i piani contenenti r e paralleli alla retta s di equazione $\begin{cases} x - 7y = 1 \\ x + 2y - z = a + 2 \end{cases}$

(v) Trova, se esistono, tutti i piani contenenti r e paralleli al piano Π di equazione $5x = 12$.

B. Data l'applicazione $B : \mathbb{R}_3[t] \times \mathbb{R}_3[t] \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$B(p(t), q(t)) = p(0)q(1) + p(1)q(0) + p'(1)q''(1)$$

(i) Verifica che B è una forma bilineare simmetrica.

(ii) Scrivi la matrice associata a B rispetto a una base a tua scelta.

(iii) Stabilisci se B è degenera o non degenera.

(iv) Stabilisci se B è (semi)definita positiva, negativa o indefinita.

C. Data l'applicazione lineare $T : M_{2,2}(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^3$ definita da $T \left(\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} a + b + c + d \\ a + c \\ b + d \end{pmatrix}$

(i) Scrivi la matrice associata a T rispetto a basi a tua scelta.

(ii) Trova dimensioni e basi di $\text{Ker}(T)$ e di $\text{Im}(T)$.

(iii) Trova equazioni cartesiane di $\text{Im}(T)$.

(iv) Stabilisci se T è iniettiva e/o suriettiva e/o invertibile.

(v) Scrivi un supplementare di $\text{Ker}(T)$ in $M_{2,2}(\mathbb{R})$.

(vi) Scrivi equazioni cartesiane e parametriche di $(\text{Im}(T))^\perp$ in \mathbb{R}^3 .