

Esame di Geometria. Ing. Edile Architettura
Anno Accademico 2016–2017. 5 Luglio 2017

Cognome: _____ Nome: _____ Matricola: _____ Immatricolato nel _____

ISTRUZIONI: Scrivi nome e cognome sul testo dell'esame (cioè questo foglio) e su ogni foglio protocollo che consegnerai. Non devi consegnare la brutta copia. Durante l'esame puoi consultare appunti e libri.

Poni a uguale all'ultima cifra del tuo numero di matricola: $a =$ _____

Le risposte alle domande filtro devono essere giustificate. Negli esercizi vanno riportati tutti gli svolgimenti dei calcoli.

1. Dato il vettore $v_1 = (-1, 1, -1)^T$, scrivere un vettore $v_2 \in \mathbb{R}^3$ ortogonale a v_1 . Esiste un vettore $v_3 \in \mathbb{R}^3$ ortogonale sia a v_1 che a v_2 ?

2. Esiste un insieme di matrici che è un sistema di generatori per $M_{2,2}(\mathbb{R})$ ma non è una base di $M_{2,2}(\mathbb{R})$?

3. Esiste una matrice reale simmetrica con polinomio caratteristico $\lambda^2 + \lambda + 1$?

A. Al variare di $k \in \mathbb{R}$ considera la matrice $A_k = \begin{pmatrix} k+2 & 0 & 1 \\ a+k & 0 & a-1 \\ -k & 0 & 1 \end{pmatrix}$

(i) Trova gli autovalori di A_k ;

(iii) stabilisci per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ la matrice A_k è diagonalizzabile;

(iv) per i valori di k per cui A_k è diagonalizzabile scrivi una base di autovettori.

B. Data la retta $r : \begin{cases} x + y + z = 5 \\ x - 3y = 1 \end{cases}$

(i) Scrivi l'equazione del piano Π ortogonale a r e passante per $A = (1, 1, 1)$.

(ii) Calcola il punto di intersezione B tra r e Π ;

(iii) scrivi equazioni parametriche e cartesiane della retta s passante per A e B .

(iv) Scrivi l'equazione del piano contenente r ed s .

C. Data l'applicazione lineare $T : M_{2,2}(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}_2[t]$ definita da

$$T \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = (a+b)t^2 + (a+d)t + (a+c)$$

(i) Scrivi la matrice associata a T ;

(ii) calcola dimensione e base di $\text{Ker}(T)$ e $\text{Im}(T)$;

(iii) stabilisci se T è iniettiva, se è suriettiva, se è biunivoca.

(iv) Dato il sottospazio vettoriale $U = \{A \in M_{2,2}(\mathbb{R}) : \text{tr}(A) = 0\} \subseteq M_{2,2}(\mathbb{R})$, stabilire se $\text{Ker}(T) \subseteq U$.

Scelta turno orale: _____