

Esame di Geometria. Ing. Civile e Ambientale
Anno Accademico 2013–2014. 4 Luglio 2014

Cognome: _____ Nome: _____ Matricola: _____ Immatricolato nel _____

ISTRUZIONI: Prima di tutto, su ogni foglio che consegnerai devi scrivere nome e cognome. Devi riconsegnare anche il testo dell'esame (cioè questo foglio). Le soluzioni e le risposte non vanno scritte qui, ma su fogli protocollo a quadretti. Dev'essere ben chiaro dove comincia e dove finisce la soluzione di ciascun esercizio; se possibile, evita di consegnare la brutta copia. Puoi risolvere le domande filtro e gli esercizi nell'ordine che preferisci, scrivendo la soluzione il più chiaramente possibile.

Poni a uguale alla penultima cifra del tuo numero di matricola: $a =$ _____

Domande filtro:

1. È possibile che una matrice A invertibile e una matrice B non invertibile siano congruenti?
2. È possibile completare i vettori $\begin{pmatrix} a+1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ a una base di $M_{2,2}(\mathbb{R})$?
3. È vero che se due rette nello spazio r_1 e r_2 sono entrambe perpendicolari a una terza retta r_3 , allora sono sempre parallele tra di loro?

Esercizi:

A. Data la quadrica

$$Q_k : 2xy + 2yz + kz^2 + 4x + 2(a+1)y = 0$$

- (i) Trova i valori del parametro $k \in \mathbb{R}$ per cui la quadrica è degenere e per tali valori classifica la quadrica.
- (ii) Classifica per tutti gli altri valori di k la quadrica (non degenere) Q_k .
- (iii) Poni $k = -4$ e verifica che la retta r di equazione $\begin{cases} x + y = 1, \\ 3x - 2y = 3 \end{cases}$ interseca la quadrica Q_{-4} in due punti A e B . Calcola la distanza tra i due punti A e B .
- (iv) Scrivi l'equazione del piano tangente alla quadrica Q_{-4} nel punto A trovato in (iii).

B. Data l'applicazione lineare $T : \mathbb{R}_2[t] \rightarrow \mathbb{R}^3$ definita da: $T(p(t)) = \begin{pmatrix} p(1) \\ p'(0) \\ p(1) - p'(1) \end{pmatrix}$

- (i) Scrivi la matrice M associata all'applicazione T rispetto a basi a tua scelta;
- (ii) stabilisci se T è iniettiva, suriettiva, invertibile;
- (iii) stabilisci se la matrice M è diagonalizzabile;
- (iv) calcola il determinante di M^5 .

C.

Al variare dei parametri $h, k \in \mathbb{R}$ discuti la compatibilità del sistema e trovanne, quando possibile, le soluzioni:

$$\begin{cases} 5x - az - w = k \\ y - z = 9 - a \\ 5x - hy - hz - w = h \end{cases}$$

Scelta turno orale: _____