Esame di Geometria. Ing.Civile e Ambientale
Anno Accademico 2015–2016. 7 Giugno 2016

Cognome:______________ Nome:______________ Matricola:_________ Immatricolato nel _______

ISTRUZIONI: Scrivi nome e cognome sul testo dell'esame (cioè questo foglio) e su ogni foglio protocollo che consegnerai. Non devi consegnare la brutta copia. Durante l'esame puoi consultare appunti e libri.

Poni $\boldsymbol{a}$ uguale alla penultima cifra del tuo numero di matricola: $\boldsymbol{a}$ =_____

Le risposte alle domande filtro devono essere giustificate. Negli esercizi vanno riportati tutti gli svolgimenti dei calcoli.

---

1. È vero che lo spazio delle matrici simmetriche 2×2 e lo spazio $\mathbb{R}_2[t]$ sono isomorfi?

2. È vero che le matrici $\begin{pmatrix} \boldsymbol{a} & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ e $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ sono congruenti?

3. Dati due sottospazi $U, W \subseteq \mathbb{R}^6$, tali che $\dim U = 2$ e $\dim W = |\boldsymbol{a} - 5| + 1$, è possibile che $U \oplus W \subseteq \mathbb{R}^6$?

A. Considera al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$ la matrice: $A_k = \begin{pmatrix} 0 & k & 0 & k \\ 1 & k-1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \boldsymbol{a} & \boldsymbol{a} \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

(i) Trova gli autovalori di A_k e stabilisci per quali valori di k la matrice A_k e' diagonalizzabile;

(ii) per i valori di k per cui A_k e' diagonalizzabile, scrivi una base di autovettori e la matrice diagonale a cui e' simile;

(iii) trova, se ne esistono, i valori di k per cui esiste una base ortonormale di autovettori.

B. Dato l'endomorfismo $T : \mathbb{R}_2[t] \to \mathbb{R}_2[t]$ definita da $T(p(t)) = p(0)t^2 + p(1)t + p(2)$

(i) Scrivi la matrice A che rappresenta T rispetto a una base di tua scelta.

(ii) Stabilisci se T è iniettiva e/o suriettiva.

(iii) Dato il polinomio $p(t) = t^2 + 3t + 7$, stabilisci se $p(t) \in \mathrm{Im}(T)$ e in tal caso trova la controimmagine $T^{-1}(p(t))$.

(iv) Stabilisci se T è invertibile e in caso affermativo calcola la matrice inversa di A.

C. Dati in $\mathbb{R}^3$ la retta s di equazione $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + t \\ z = 1 \end{cases}$ e il piano Π_1 di equazione $x + (\boldsymbol{a} - 11)y - z = (\boldsymbol{a} - 11)$

(i) Trova la posizione reciproca e l'eventuale intersezione tra s e Π_1.

(ii) Trova il piano Π_2 che contiene la retta s e il punto $A = (0, 1, 0)$.

(iii) Scrivi l'equazione parametrica della retta $r = \Pi_1 \cap \Pi_2$.

(iv) Stabilisci la posizione reciproca di r e s.

(v) Calcola l'angolo tra r e s.

Scelta turno orale:________________________________