

Esame di Geometria. Ing.Civile e Ambientale
Anno Accademico 2013–2014. 13 Giugno 2014

Cognome: _____ Nome: _____ Matricola: _____ Immatricolato nel _____

ISTRUZIONI: Prima di tutto, su ogni foglio che consegnerai devi scrivere nome e cognome. Devi riconsegnare anche il testo dell'esame (cioè questo foglio). Le soluzioni e le risposte non vanno scritte qui, ma su fogli protocollo a quadretti. Dev'essere ben chiaro dove comincia e dove finisce la soluzione di ciascun esercizio; se possibile, evita di consegnare la brutta copia. Puoi risolvere le domande filtro e gli esercizi nell'ordine che preferisci, scrivendo la soluzione il più chiaramente possibile.

Poni a uguale all'ultima cifra del tuo numero di matricola: $a =$ _____

Domande filtro:

1. È vero che se la matrice A non è invertibile, allora non è diagonalizzabile?
 2. Esiste un sistema di 3 equazioni in $11 - a$ incognite che non ammette soluzione?
 3. È vero che la conica di equazione $x^2 + y^2 + 8xy - (a + 1)x = 0$ è un'ellisse?
-

Esercizi:

A. Dati in \mathbb{R}^3 il piano $\Pi : x - z = a$ e la retta $r : \begin{cases} 2x + y - z = a \\ 3y + 3z = 7 \end{cases}$

- (i) se possibile, scrivi l'equazione della retta s passante per il punto $A = (1, 1, 1)$, perpendicolare a r e parallela a Π ;
- (ii) calcola la distanza tra la retta s e il piano Π , e la distanza tra le due rette s e r ;
- (iii) se possibile, scrivi l'equazione di un piano perpendicolare a Π e passante per i punti A e $B = (a, 0, 0)$.

B. Data l'applicazione lineare $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow M_{2,2}(\mathbb{R})$ definita da: $T \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + y & y + z \\ z + w & w + x \end{pmatrix}$

- (i) Scrivi la matrice M associata all'applicazione T rispetto a basi a tua scelta;
- (ii) trova dimensione e basi di $\text{Ker}(T)$ e $\text{Im}(T)$;
- (iii) stabilisci se la matrice M è diagonalizzabile;
- (iv) scrivi uno spazio supplementare di $\text{Ker}(T)$ in \mathbb{R}^4 ;
- (v) scrivi le equazioni cartesiane di $\text{Im}(T)$ e stabilisci se le matrici $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} a & -2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ appartengono a $\text{Im}(T)$ oppure no.

C. Dati i polinomi in $\mathbb{R}_3[t]$:

$$p_1 = t^3 + 1, \quad p_2 = t^3 - t, \quad p_3 = (a - 1)t^3 - at - 1; \quad p_4 = 3t^2 + t + 2$$

- (i) Scrivi i vettori di \mathbb{R}^4 corrispondenti ai quattro polinomi rispetto all'isomorfismo coordinate rispetto a una base scelta;
 - (ii) stabilisci se $\{p_1, p_2, p_3, p_4\}$ è una base di $\mathbb{R}_3[t]$;
 - (iii) trova dimensione e base di $U = \text{Span}(p_1, p_2, p_3, p_4)$;
 - (iv) scrivi una base ortonormale di U ;
 - (v) scrivi la matrice della proiezione ortogonale P_U .
-

Scelta turno orale: _____