Esame di Geometria. Ing. Edile Architettura
Anno Accademico 2016–2017. 20 Aprile 2017

Cognome:______________ Nome:______________ Matricola:_________ Immatricolato nel _______

ISTRUZIONI: Scrivi nome e cognome sul testo dell'esame (cioè questo foglio) e su ogni foglio protocollo che consegnerai. Non devi consegnare la brutta copia. Durante l'esame puoi consultare appunti e libri.

Poni $\boldsymbol{a}$ uguale all'ultima cifra del tuo numero di matricola: $\boldsymbol{a}$ =____

Le risposte alle domande filtro devono essere giustificate. Negli esercizi vanno riportati tutti gli svolgimenti dei calcoli.

---

1. Esiste una matrice reale simmetrica che ammette l'autovalore 3 con molteplicita' algebrica 2 e molteplicita' geometrica 1?

2. Dato W un sottospazio di $\mathbb{R}^4$ di dimensione 3 e v_0 un vettore non nullo di $\mathbb{R}^4$, e' vero che W e $\mathrm{Span}(v_0)$ sono sempre supplementari in $\mathbb{R}^4$?

3. Esistono valori di $k \in \mathbb{R}$ per cui i vettori $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ k \end{pmatrix}$ e $\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$ formano un angolo di $\arccos(\frac{1}{5})$?

A. Al variare di $k \in \mathbb{R}$ considera la matrice $A_k = \begin{pmatrix} 1 & k & 1 \\ k+1 & 0 & 1 \\ -\boldsymbol{a}-1 & \boldsymbol{a}+1 & 0 \end{pmatrix}$

(i) Stabilisci se esiste $k \in \mathbb{R}$ per cui A_k e' invertibile, e in caso affermativo trova l'inversa per tale valore di k.

(ii) Trova gli autovalori di A_k;

(iii) stabilisci per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ la matrice A_k è diagonalizzabile;

(iv) per i valori di k per cui A_k è diagonalizzabile scrivi una base di autovettori.

B. Considera il sottospazio $W = \{p(t) \in \mathbb{R}_2[t] : p(1) = p(2)\}$ di $\mathbb{R}_2[t]$.

(i) Trova dimensione e base di W;

(ii) trova dimensione e base di $W^\perp$.

(iii) Sia $S : \mathbb{R}_2[t] \to \mathbb{R}_2[t]$ l'applicazione lineare derivata, cioe' tale che $S(p(t)) = p'(t)$. Trova dimensione e base di $U = S(W) \subseteq \mathbb{R}_2[t]$.

(iv) E' vero che W e U sono supplementari in $\mathbb{R}_2[t]$?

C. Data la quadrica

$$\mathcal{Q}_k : kx^2 + y^2 + z^2 + 2yz + 4x + 2\boldsymbol{a}y + (18 - 2\boldsymbol{a})z = 0$$

(i) Classifica la quadrica Q_k al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$.

(ii) Poni $k = 2$. Data la retta $r : \begin{cases} y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$ trova i punti di intersezione P_1 e P_2 tra la quadrica Q_2 e la retta r.

(iii) Scrivi le equazioni dei due piani tangenti alla quadrica Q_2 nei punti P_1 (piano Π_1) e P_2 (piano Π_2).

(iv) Trova la posizione reciproca tra Π_1 e Π_2 e l'eventuale intersezione $\Pi_1 \cap \Pi_2$.

Scelta turno orale:_________________________________