# Esame di Geometria per i corsi disattivati.
# Anno Accademico 2013–2014. 28 Febbraio 2014

Cognome:______________ Nome:______________ Matricola:_________ Immatricolato nel _______

---

**1.** Dati i seguenti vettori di $\mathbb{R}^3$:

$$v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, v_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, v_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, v_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

(i) Dire se $\{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ è una base di $\mathbb{R}^3$, giustificando la risposta,

(ii) scrivere tutte le possibili basi di $\mathbb{R}^3$ costituite da vettori dell'insieme $\{v_1, v_2, v_3, v_4\}$,

(iii) stabilire se le basi trovate nel punto precedente sono basi ortogonali e/o ortonormali, giustificando la risposta.

---

**2.** Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 5 & 1 \\ 0 & 5 & 0 \\ -3 & 5 & 3 \end{pmatrix}$$

trovare gli autovalori di $A$ e i relativi autovettori e stabilire se $A$ è diagonalizzabile.

---

**3.** Dato il sistema lineare

$$\begin{cases} x + 9z = 1 \\ y + z = h \\ x + y + 10z = h + 1 \\ 2x - 9y = 5 \end{cases}$$

stabilire, al variare del parametro $h \in \mathbb{R}$, se il sistema ammette soluzioni, quante ne ammette e trovarle.

---

**4.** Data l'applicazione lineare $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ tale che

$$T \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + 2y + 3z \\ 0 \\ 4x + 5y + 6z \end{pmatrix}$$

(i) Scrivere la matrice associata a $T$ rispetto alle basi canoniche;

(ii) trovare dimensione e base di $\operatorname{Ker} T$ e di $\operatorname{Im} T$

(iii) stabilire se $T$ é iniettiva, suriettiva, invertibile.

---

**5.** Dati in $\mathbb{R}^3$ il piano $\Pi : 2x + 3y - z + 7 = 0$ e la retta $r : \begin{cases} x + z = 0 \\ y - z = 0 \end{cases}$

(i) stabilire la posizione reciproca di $r$ e $\Pi$;

(ii) calcolare la distanza tra la retta $r$ e il piano $\Pi$;

(iii) calcolare l'angolo tra la retta $r$ e il piano $\Pi$.

---