

Esame di Geometria. Ing. Edile Architettura
Anno Accademico 2016–2017. 24 Febbraio 2017

Cognome: _____ Nome: _____ Matricola: _____ Immatricolato nel _____

ISTRUZIONI: Scrivi nome e cognome sul testo dell'esame (cioè questo foglio) e su ogni foglio protocollo che consegnerai. Non devi consegnare la brutta copia. Durante l'esame puoi consultare appunti e libri.

Poni a uguale alla penultima cifra del tuo numero di matricola: $a =$ _____

Le risposte alle domande filtro devono essere giustificate. Negli esercizi vanno riportati tutti gli svolgimenti dei calcoli.

1. Esistono valori di $k \in \mathbb{R}$ tali che le due rette $r : \begin{cases} kx + y - z = 1 \\ 3y - 7z = a + 1 \end{cases}$ e $s : \begin{cases} 2x + 7y + 3z = 10 - a \\ kx + y - z = 17 \end{cases}$ sono perpendicolari?

2. Dati due sottospazi vettoriali U, W di uno spazio V , e' sempre vero che se $\dim U = \dim(U \cap W)$ allora $U = W$?

3. E' vero che se un endomorfismo T ammette l'autovalore λ allora necessariamente l'endomorfismo $T \circ T$ ammette l'autovalore λ^2 ?

A. Data la quadrica

$$Q_k : x^2 + 2xy + 2y^2 + 3z^2 - 2x + 4y + 4z + k = 0$$

(i) Classifica la quadrica Q_k al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$.

(ii) Trova i valori di $k \in \mathbb{R}$ per cui il punto $P = (2, 0, 1)$ appartiene alla quadrica Q_k .

(iii) per i valori di k trovati al punto precedente, scrivi l'equazione del piano tangente Π alla quadrica in P .

(iv) Trova la posizione reciproca tra il piano Π trovato al punto precedente e la retta $r : \begin{cases} x = 1 + 9t \\ y = -t \\ z = 1 - t \end{cases}$

B. Data l'applicazione lineare $T : \mathbb{R}_3[t] \rightarrow \mathbb{R}^2$ definita da $T(p(t)) = \begin{pmatrix} p'(1) - p(1) \\ p''(1) - p(1) \end{pmatrix}$ per ogni polinomio $p(t) \in \mathbb{R}_3[t]$.

(i) Scrivi la matrice A associata a T rispetto a basi a tua scelta;

(ii) trova dimensione e basi di $\text{Im}(T)$ e $\text{Ker}(T)$;

(iii) stabilisci se T e' iniettiva, suriettiva, biunivoca.

(iv) Scrivi una base ortonormale di $U = \text{Ker}(T)$;

(v) scrivi una base ortonormale di U^\perp .

C. Al variare dei parametri $k, h \in \mathbb{R}$ discuti la compatibilità e il numero di soluzioni del seguente sistema e trovane quando possibile le soluzioni:

$$\begin{cases} 2x + y - w = h \\ kx + 2y + z = 1 \\ y + 2z + kw = 0 \end{cases}$$

Scelta turno orale: _____