

**Esame di Geometria. Ing.Civile e Ambientale**  
**Anno Accademico 2015–2016. 1 Febbraio 2016**

Cognome: \_\_\_\_\_ Nome: \_\_\_\_\_ Matricola: \_\_\_\_\_ Immatricolato nel \_\_\_\_\_

*ISTRUZIONI: Scrivi nome e cognome sul testo dell'esame (cioè questo foglio) e su ogni foglio protocollo che consegnerai. Non devi consegnare la brutta copia. Durante l'esame puoi consultare appunti e libri.*

**Poni  $a$  uguale alla penultima cifra del tuo numero di matricola:  $a =$  \_\_\_\_\_**

*Le risposte alle domande filtro devono essere giustificate. Negli esercizi vanno riportati tutti gli svolgimenti dei calcoli.*

- 
1. Esiste una matrice simmetrica  $3 \times 3$  di rango 2?
  2. Dato uno spazio metrico  $V$ , e' vero che  $\|u\|^2 - \|v\|^2 = \|u + v\|^2 + \|u - v\|^2$  per ogni  $u, v \in V$ ?
  3. Esiste un sistema di 4 equazioni in 6 incognite che ammette  $\infty^1$  soluzioni?
- 

**A.** Data l'applicazione lineare  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}_1[t]$  definita da:  $T \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = (x + y)t + (z + w)$  e

il sottospazio  $W = \text{Span} \left( \begin{pmatrix} -a \\ a \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -a \\ a-2 \\ 2 \end{pmatrix} \right) \subset \mathbb{R}^4$

- (i) Trova la dimensione e una base di  $W$ .
- (ii) Trova la dimensione e una base di  $U = \ker(T)$ ;
- (iii) stabilisci se  $T$  e' iniettiva, suriettiva e/o biunivoca.
- (iv) Trova la dimensione e una base dei sottospazi  $W \cap U$  e  $W + U$ .

**B.** Considera al variare del parametro  $k \in \mathbb{R}$  la matrice:  $A_k = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ k & k & k \\ a & a & a \end{pmatrix}$

- (i) Stabilisci per quali valori di  $k$  la matrice  $A_k$  e' diagonalizzabile;
- (ii) per i valori di  $k$  per cui  $A_k$  e' diagonalizzabile, scrivi una base di autovettori e la matrice diagonale a cui e' simile;
- (iii) trova, se ne esistono, i valori di  $k$  per cui esiste una base ortonormale di autovettori.

**C.** Dati in  $\mathbb{R}^3$  la retta  $r$  di equazione  $\begin{cases} 2x - 2z = 1 \\ y + (a + 1)z = (a + 1) \end{cases}$  e i punti  $A = (1, 0, 0)$ ,  $B = (0, 0, 2)$ ,  $C = (2, 1, 0)$ .

- (i) Scrivi l'equazione del piano  $\Pi$  passante per  $A, B, C$ ;
- (ii) stabilisci la posizione reciproca tra la retta  $r$  e il piano  $\Pi$ ;
- (iii) se possibile, scrivi l'equazione del piano contenente  $r$  e perpendicolare a  $\Pi$ .
- (iv) Trova tutti i piani, se ne esistono, paralleli a  $\Pi$  e distanti 2 da  $\Pi$ ;
- (v) trova tutte le rette, se ne esistono, parallele a  $\Pi$ , distanti 2 da  $\Pi$ , incidenti alla retta  $r$  e perpendicolari ad  $r$ .

---

Scelta turno orale: \_\_\_\_\_