

**Esame di Geometria. Ing.Civile e Ambientale**  
**Anno Accademico 2013–2014. 7 Febbraio 2014**

Cognome: \_\_\_\_\_ Nome: \_\_\_\_\_ Matricola: \_\_\_\_\_ Immatricolato nel \_\_\_\_\_

---

*ISTRUZIONI: Prima di tutto, su ogni foglio che consegnerai devi scrivere nome e cognome. Devi riconsegnare anche il testo dell'esame (cioè questo foglio). Le soluzioni e le risposte non vanno scritte qui, ma su fogli protocollo a quadretti. Dev'essere ben chiaro dove comincia e dove finisce la soluzione di ciascun esercizio; se possibile, evita di consegnare la brutta copia. Puoi risolvere le domande filtro e gli esercizi nell'ordine che preferisci, scrivendo la soluzione il più chiaramente possibile.*

**Poni a uguale all'ultima cifra del tuo numero di matricola:**  $a =$  \_\_\_\_\_

*Domande filtro:*

1. Data un'applicazione lineare  $T : M_{2,3}(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^6$ , è vero che se  $T$  è iniettiva, allora è anche suriettiva?
2. Esiste una forma bilineare simmetrica  $B$  su  $\mathbb{R}^3$  non degenera e tale che  $B(e_1 + 2e_3, e_1 + ae_2) = 0$ ?
3. È vero che i due sottospazi  $U = \text{Span}\{\pi, \pi t^2, 1 - t^2\}$  e  $W = \text{Span}\{t + t^2, -t + t^3, at^2 + at^3\}$  sono supplementari in  $\mathbb{R}_3[t]$ ?

---

*Esercizi:*

**A.** Al variare dei parametri  $h, k \in \mathbb{R}$  discuti la compatibilità del sistema e trovanne, quando possibile, le soluzioni:

$$\begin{cases} x + hy + (k - 3)z = 1 \\ 2x + (9 - a)z = h \\ 5x + 3hy + 2kz = 2 \end{cases}$$

**B.** Data, al variare di  $k \in \mathbb{R}$ , la matrice:

$$A_k = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ (a + 1)k & k - 2 & 0 \\ 4 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- (i) Trova, se ce ne sono, tutti i valori di  $k$  per cui  $A_k$  è invertibile.
- (ii) Trova gli autovalori di  $A_k$  e stabilisci per quali valori di  $k$  la matrice  $A_k$  è diagonalizzabile;
- (iii) per tutti i valori di  $k$  per cui  $A_k$  è diagonalizzabile scrivi una base di autovettori e la matrice diagonale a cui  $A_k$  è simile.

(iv) Poni  $k = 4$  e stabilisci se  $A_4$  è simile alla matrice  $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & a \\ 1 & -1 & -a \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

**C.** Dati in  $\mathbb{R}^3$  il piano  $\Pi : 2y + z = a$  e la retta  $r : \begin{cases} \sqrt{10}x - 4y = 4 \\ y - z = 3 \end{cases}$

- (i) stabilisci la posizione reciproca di  $r$  e  $\Pi$  e trovanne l'intersezione;
- (ii) calcola l'angolo tra la retta  $r$  e il piano  $\Pi$ ;
- (iii) calcola la distanza del piano  $\Pi$  dall'origine  $(0, 0, 0)$  e la distanza della retta  $r$  dall'origine  $(0, 0, 0)$ ;
- (iv) se possibile, scrivi l'equazione di un piano perpendicolare a  $\Pi$  e contenente  $r$ ;
- (v) se possibile, scrivi l'equazione di un piano passante per i punti  $(1, 1, 1)$  e  $(2, 0, 2)$  e parallelo a  $r$ .

---

Scelta turno orale: \_\_\_\_\_