

Esame di Geometria. Ing.Civile e Ambientale
Anno Accademico 2013–2014. 7 Febbraio 2014

Cognome: _____ Nome: _____ Matricola: _____ Immatricolato nel _____

ISTRUZIONI: Prima di tutto, su ogni foglio che consegnerai devi scrivere nome e cognome. Devi riconsegnare anche il testo dell'esame (cioè questo foglio). Le soluzioni e le risposte non vanno scritte qui, ma su fogli protocollo a quadretti. Dev'essere ben chiaro dove comincia e dove finisce la soluzione di ciascun esercizio; se possibile, evita di consegnare la brutta copia. Puoi risolvere le domande filtro e gli esercizi nell'ordine che preferisci, scrivendo la soluzione il più chiaramente possibile.

Poni a uguale all'ultima cifra del tuo numero di matricola: $a =$ _____

Domande filtro:

1. Data un'applicazione lineare $T : M_{2,3}(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^6$, è vero che se T è iniettiva, allora è anche suriettiva?
2. Esiste una forma bilineare simmetrica B su \mathbb{R}^3 non degenera e tale che $B(e_1 + 2e_3, e_1 + ae_2) = 0$?
3. È vero che i due sottospazi $U = \text{Span}\{\pi, \pi t^2, 1 - t^2\}$ e $W = \text{Span}\{t + t^2, -t + t^3, at^2 + at^3\}$ sono supplementari in $\mathbb{R}_3[t]$?

Esercizi:

A. Al variare dei parametri $h, k \in \mathbb{R}$ discuti la compatibilità del sistema e trovanne, quando possibile, le soluzioni:

$$\begin{cases} x + hy + (k - 3)z = 1 \\ 2x + (9 - a)z = h \\ 5x + 3hy + 2kz = 2 \end{cases}$$

B. Data, al variare di $k \in \mathbb{R}$, la matrice:

$$A_k = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ (a + 1)k & k - 2 & 0 \\ 4 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- (i) Trova, se ce ne sono, tutti i valori di k per cui A_k è invertibile.
- (ii) Trova gli autovalori di A_k e stabilisci per quali valori di k la matrice A_k è diagonalizzabile;
- (iii) per tutti i valori di k per cui A_k è diagonalizzabile scrivi una base di autovettori e la matrice diagonale a cui A_k è simile.

(iv) Poni $k = 4$ e stabilisci se A_4 è simile alla matrice $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & a \\ 1 & -1 & -a \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

C. Dati in \mathbb{R}^3 il piano $\Pi : 2y + z = a$ e la retta $r : \begin{cases} \sqrt{10}x - 4y = 4 \\ y - z = 3 \end{cases}$

- (i) stabilisci la posizione reciproca di r e Π e trovanne l'intersezione;
- (ii) calcola l'angolo tra la retta r e il piano Π ;
- (iii) calcola la distanza del piano Π dall'origine $(0, 0, 0)$ e la distanza della retta r dall'origine $(0, 0, 0)$;
- (iv) se possibile, scrivi l'equazione di un piano perpendicolare a Π e contenente r ;
- (v) se possibile, scrivi l'equazione di un piano passante per i punti $(1, 1, 1)$ e $(2, 0, 2)$ e parallelo a r .

Scelta turno orale: _____