

Esame di Geometria per i corsi disattivati.
Anno Accademico 2013–2014. 7 Febbraio 2014

Cognome: _____ Nome: _____ Matricola: _____ Immatricolato nel _____

1. Dati i vettori di \mathbb{R}^3 :

$$v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, v_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, v_3 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$$

- (i) Dire se $\{v_1, v_2, v_3\}$ è una base di \mathbb{R}^3 , giustificando la risposta,
 - (ii) dire se $\{v_1, v_2, v_3\}$ è una base ortogonale o ortonormale di \mathbb{R}^3 , giustificando la risposta.
 - (iii) Se è possibile, scrivere una base ortonormale applicando l'ortonormalizzazione di Gram-Schmidt ai vettori $\{v_1, v_2, v_3\}$.
-

2. Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 5 & 2 & 3 \\ 4 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- (i) trovare gli autovalori di A e stabilire se A è diagonalizzabile,
 - (ii) trovare gli autovettori di A e stabilire se formano una base di \mathbb{R}^3 .
-

3. Dato il sistema lineare

$$\begin{cases} x + 2y + (k - 3)z = 1 \\ 2x + 6z = 2 \\ 5x + 6y + 2kz = 2 \end{cases}$$

stabilire, al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$, se il sistema ammette soluzioni, quante ne ammette e trovarle.

4. Dati i punti $P = (1, 2, 0)$ e $Q = (2, -1, 3)$ di \mathbb{R}^3 :

- (i) calcolare la distanza tra P e Q e l'angolo tra i vettori OP e OQ (dove O è l'origine),
 - (ii) calcolare perimetro e area del triangolo OPQ ,
 - (iii) calcolare il prodotto vettoriale dei vettori OP e OQ .
-

5. Dati in \mathbb{R}^3 il piano $\Pi : 2y + z = 3$ e la retta $r : \begin{cases} \sqrt{10}x - 4y = 4 \\ y - z = 3 \end{cases}$

- (i) stabilire la posizione reciproca di Π e r ;
 - (ii) calcolare l'angolo tra la retta r e il piano Π .
 - (iii) se possibile, scrivere l'equazione di un piano perpendicolare a Π e contenente r .
-