Scheda di esercizi 14: geometria euclidea

(a) Dati i punti del piano cartesiano $A = (1, 3)$ e $B = (5, 1)$ e la retta r di equazione $x - 2y - 11 = 0$

- trova il punto C appartenente alla retta r tale che il triangolo ABC sia isoscele rispetto alla base AB
- scrivi l'equazione dell'asse del segmento AB
- calcola l'area del triangolo ABC
- trova le coordinate del punto D tale che $ACBD$ sia un rombo e calcolane l'area.

(b) Nello spazio $\mathbb{R}^3$, verifica che le seguenti rette sono sghembe e trovane la distanza:

$$r_1 : \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 \\ z = 3 + 4t \end{cases} \qquad r_2 : \begin{cases} x = 1 \\ z = 2 \end{cases}$$

Trova poi la distanza di $O = (0, 0, 0)$ da r_1 e da r_2.

(c) Trova la distanza tra le varie coppie di sottospazi affini dell'esercizio (c) della scheda 13.

(d) Trova la distanza tra $P = (1, 2, -2)$ e il piano di equazione parametrica $\begin{cases} x = 5 + t \\ y = 11 - s \\ z = 7 \end{cases}$

(e) Dati i punti $A = (1, -1, 0)$, $B = (\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2})$, $C = (\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}, \frac{1}{3})$ e $D = (0, -2, -\frac{1}{2})$ nello spazio euclideo:

- Verifica che i quattro punti sono complanari e trova l'equazione del piano Π che li contiene.
- Trova l'equazione della retta r perpendicolare a Π e passante per D.
- Data la retta s di equazioni parametriche $x = \sqrt{2}$, $y = t$, $z = -2t - \frac{9}{2}$, trova il punto E di intersezione tra s e Π.
- Determina posizione reciproca e distanza tra r e s e verifica che la distanza tra r e s è uguale alla distanza tra D e E.

(f) Data la retta r di equazioni parametriche $x = 1 - t$, $y = -1 + 2t$, $z = 1 - 3t$, scrivi l'equazione del fascio di piani di asse r. Determina poi, se esistono, i piani del fascio di asse r tali che:

- sono paralleli al piano Π di equazione $x - y - z = 10$
- sono perpendicolari al piano Π
- sono perpendicolari alla retta s di equazioni cartesiane $\begin{cases} 2x - y = 7 \\ 2x + 2y - 6z = 1 \end{cases}$
- sono paralleli alla retta s
- distano $\frac{1}{\sqrt{6}}$ dal punto $P_0 = (\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2})$.

---

[0]Università Politecnica delle Marche, Corso di Geometria, docente Chiara Brambilla