

Scheda di esercizi 13: geometria affine

(a) Nel piano \mathbb{R}^2 ,

- scrivere equazioni cartesiane e parametriche del fascio di rette per il punto $P_1 = (1, 3)$;
- scrivere equazioni cartesiane e parametriche della retta r passante per i punti P_1 e $P_2 = (-1, 5)$.
- Stabilire per quali valori del parametro $k \in \mathbb{R}$ la retta r é parallela alla retta di equazione $\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = -2 + kt \end{cases}$

(b) Nello spazio \mathbb{R}^3 ,

- scrivere equazioni cartesiane e parametriche della stella di rette per il punto $P_1 = (1, 0, -2)$;
- scrivere equazioni cartesiane e parametriche della retta r passante per i punti P_1 e $P_2 = (1, -1, 5)$;
- scrivere equazioni cartesiane e parametriche del fascio di piani di asse r ;
- scrivere equazioni cartesiane e parametriche del piano passante per i punti P_1, P_2 e $P_3 = (0, 1, 0)$.

(c) Stabilisci la posizione reciproca dei seguenti sottospazi affini e quando sono incidenti trovanne l'intersezione:

- il piano $2x - z = 1$ e la retta $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = t \\ z = 3 - 3t \end{cases}$
- la retta $\begin{cases} x = t \\ y = 2 - 2t \\ z = 1 \end{cases}$ e la retta $\begin{cases} x = -t \\ y = -1 + 2t \\ z = 2 \end{cases}$
- il piano $x + y + z = 2$ e il piano $\begin{cases} x = s + t \\ y = 1 + s - 3t \\ z = s - t \end{cases}$
- la retta $\begin{cases} x = 11 - t \\ y = 5t \\ z = 2t - 5 \end{cases}$ e la retta $\begin{cases} x = 1 \\ x - y + z = 2 \end{cases}$
- il piano $\begin{cases} x = s - t \\ y = s + t \\ z = 12 + t \end{cases}$ e il piano $x - y + 2z = 12$
- la retta $\begin{cases} x + y - z = 0 \\ x - y = 0 \end{cases}$ e la retta $\begin{cases} x = 3 \\ y = t \\ z = 2t \end{cases}$
- il piano $\begin{cases} x = 2 + s \\ y = 2 + t \\ z = 2 + s + t \end{cases}$ e la retta $\begin{cases} x - y = -1 \\ 2x - z = 1 \end{cases}$

- (d) Nel piano stabilisci se le seguenti tre rette appartengono allo stesso fascio e, in caso affermativo, trovine il centro:

$$r_1 : x + y = 2, \quad r_2 : 2x - y = 1, \quad r_3 : 4x + y = 3$$

$$r_1 : 4x + y = 2, \quad r_2 : x - 2y = -1, \quad r_3 : 2x + 5y = 4$$

$$r_1 : -x + y = 1, \quad r_2 : 2x - 2y = 1, \quad r_3 : x - 2y = 5$$

- (e) Nello spazio stabilisci se le seguenti tre rette appartengono alla stessa stella e, in caso affermativo, trovine il centro:

$$r_1 : \begin{cases} x = 1 \\ x - y + z = 2 \end{cases}, \quad r_2 : \begin{cases} x = 1 \\ y = 2t \\ z = 1 - 3t \end{cases}, \quad r_3 : \begin{cases} x - z = 0 \\ 2x + y = 2 \end{cases}$$

$$r_1 : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \\ z = 2 + t \end{cases}, \quad r_2 : \begin{cases} x = 5t \\ y = 1 + 2t \\ z = 1 + 2t \end{cases}, \quad r_3 : \begin{cases} y - z = 0 \\ y = 1 \end{cases}$$

$$r_1 : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 0 \\ z = t - 1 \end{cases}, \quad r_2 : \begin{cases} y = x + 1 \\ z = 0 \end{cases}, \quad r_3 : \begin{cases} x + y + z = 1 \\ z + y = 1 \end{cases}$$

- (f) Stabilisci se le terne di rette dell'esercizio precedente sono complanari e, in caso affermativo, trova il piano che le contiene.