Esame di Geometria. Ing. Edile Architettura
Anno Accademico 2016–2017. 8 Febbraio 2017

Cognome:______________ Nome:______________ Matricola:_________ Immatricolato nel _______

ISTRUZIONI: Scrivi nome e cognome sul testo dell'esame (cioè questo foglio) e su ogni foglio protocollo che consegnerai. Non devi consegnare la brutta copia. Durante l'esame puoi consultare appunti e libri.

Poni $\boldsymbol{a}$ uguale all'ultima cifra del tuo numero di matricola: $\boldsymbol{a}$ =_____

Le risposte alle domande filtro devono essere giustificate. Negli esercizi vanno riportati tutti gli svolgimenti dei calcoli.

---

1. Esistono valori di $k \in \mathbb{R}$ tali che i seguenti quattro punti sono complanari?

$$A = (0, \boldsymbol{a}, 1), B = (1, \boldsymbol{a} + 1, 2), C = (0, \boldsymbol{a} + k, 2), D = (k, \boldsymbol{a}, 2)$$

2. Esiste una forma bilineare simmetrica B su $\mathbb{R}^3$ degenere e tale che $B(e_1, e_2) = -1$ e $B(e_2, e_3) = \boldsymbol{a}+1$?

3. Il sottoinsieme $U = \left\{ \begin{pmatrix} t \\ \text{sen}(t) \\ t+1 \end{pmatrix} : t \in \mathbb{R} \right\}$ e' un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^3$?

A. Date le rette $r : \begin{cases} (\boldsymbol{a} - 12)x + 6y + 3z = 18 \\ 3y - x = 9 \end{cases}$ e $s : \begin{cases} x = 2 + 5t \\ y = t \\ z = t \end{cases}$

(i) Determina la posizione reciproca tra r e s;

(ii) calcola la distanza tra r e s.

(iii) Scrivi l'equazione della retta passante per $P = (1, 1, 1)$ e ortogonale sia a r che a s.

(iv) Scrivi l'equazione del piano contenente r e passante per P.

(v) Scrivi l'equazione del piano contenente r e parallelo a s.

B. Data la matrice $M = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, e l'applicazione lineare $T : M_{2,2}(\mathbb{R}) \to M_{2,2}(\mathbb{R})$ definita da $T(X) = XM + MX$ per ogni matrice $X \in M_{2,2}(\mathbb{R})$.

(i) Scrivi la matrice A associata a T rispetto a una base a tua scelta;

(ii) trova dimensione e basi di $\text{Im}(T)$ e $\text{Ker}(T)$ e stabilisci se T e' iniettiva, suriettiva, biunivoca.

(iii) Stabilisci se T e' diagonalizzabile.

(iv) Stabilisci se A e' invertibile e se si calcolane la matrice inversa.

C. Dati i seguenti sottospazi vettoriali di $\mathbb{R}_2[t]$:

$$U = \{p(t) \in \mathbb{R}_2[t] : p(2) + p'(3) = 0\} \text{ e } W = \text{Span}(t + 1, t^2 - \boldsymbol{a})$$

(i) Calcola dimensioni e basi di U e di W;

(ii) scrivi una base ortonormale di U;

(iii) scrivi una base ortonormale di $W^\perp$;

(iii) calcola dimensione e base di $U \cap W$.

Scelta turno orale:___________________________________