

Esame di Geometria. Ing.Civile e Ambientale
Anno Accademico 2015–2016. 14 Gennaio 2016

Cognome: _____ Nome: _____ Matricola: _____ Immatricolato nel _____

ISTRUZIONI: Scrivi nome e cognome sul testo dell'esame (cioè questo foglio) e su ogni foglio protocollo che consegnerai. Non devi consegnare la brutta copia. Durante l'esame puoi consultare appunti e libri.

Poni a uguale all'ultima cifra del tuo numero di matricola: $a =$ _____

Le risposte alle domande filtro devono essere giustificate. Negli esercizi vanno riportati tutti gli svolgimenti dei calcoli.

-
1. E' vero che una retta e un piano disgiunti in \mathbb{R}^3 sono sempre paralleli?
 2. Esiste una forma B bilineare simmetrica degenera in \mathbb{R}^3 tale che

$$B(e_1, e_1) = B(e_2, e_2) = B(e_3, e_3) = 1?$$

3. Dati due sottospazi vettoriali U e W di uno spazio vettoriale V , e' vero che $\dim(U \cap W) = \dim(U)$ implica $W \subseteq U$?

A. Data la quadrica

$$Q_k : x^2 + y^2 + 2(10 - a)yz + kz^2 + 2x + 2y + 2z = 0$$

- (i) Classifica la quadrica Q_k al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$.
- (ii) Trova i punti d'intersezione tra Q_k e la retta di equazione $\begin{cases} x + 1 = 0 \\ x + 3z + 1 = 0 \end{cases}$ e scrivi l'equazione dei piani tangenti alla quadrica in tali punti.
- (iii) Sia C la conica data dall'intersezione di Q_k con il piano $z = 0$. Classifica la conica nel piano x, y e applica a C l'algoritmo per ridurla a forma canonica.

B. Data l'applicazione lineare $T : \mathbb{R}_2[t] \rightarrow M_{2,2}$ tale che $T(p(t)) = \begin{pmatrix} p(0) & p(1) + p(-1) \\ p''(7) & p(a+1) - (a+1)p'(1) \end{pmatrix}$

- (i) Scrivi la matrice associata a T rispetto a basi a tua scelta;
- (ii) trova dimensione e basi di $\text{Im}(T)$ e $\text{Ker}(T)$;
- (iii) stabilisci se T e' iniettiva, suriettiva, biunivoca.
- (iv) Scrivi uno spazio supplementare di $\text{Im}(T)$ in $M_{2,2}$.

C. Al variare dei parametri $k, h \in \mathbb{R}$ discuti la compatibilità e il numero di soluzioni del seguente sistema e trove quando possibile le soluzioni:

$$\begin{cases} x + (a+2)y + (a+3)z = a+2 \\ y + z = 1 \\ 2x + ky + (a+2)z = 0 \\ 3x + y + 4z = 1 - 3h \end{cases}$$

Scelta turno orale: _____