

Esame di Geometria per i corsi disattivati.
Anno Accademico 2013–2014. 17 Gennaio 2014

Cognome: _____ Nome: _____ Matricola: _____ Immatricolato nel _____

1. Dati i vettori di \mathbb{R}^3 :

$$v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, v_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, v_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}$$

- (i) Dire se $\{v_1, v_2, v_3\}$ è una base di \mathbb{R}^3 , giustificando la risposta,
 - (ii) dire se v_1, v_2, v_3 sono vettori linearmente indipendenti, giustificando la risposta,
 - (iii) dire se v_1, v_2, v_3 sono generatori di \mathbb{R}^3 , giustificando la risposta.
-

2. Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 5 & 1 \\ 0 & 5 & 0 \\ -3 & 5 & 3 \end{pmatrix}$$

trovare gli autovalori di A e i relativi autovettori e stabilire se A è diagonalizzabile.

3. Dato il sistema lineare

$$\begin{cases} 2x + 3z + w = 3 \\ 5x + y + 3z + w = h \\ 3x + y = 1 \end{cases}$$

stabilire, al variare del parametro $h \in \mathbb{R}$, se il sistema ammette soluzioni, quante ne ammette e trovarle.

4. Data l'applicazione lineare $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ tale che

$$T \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x - z \\ 2y - z \end{pmatrix}$$

- (i) Scrivere la matrice associata a T rispetto alle basi canoniche;
 - (ii) trovare dimensione e base di $\text{Ker } T$ e di $\text{Im } T$
 - (iii) stabilire se T è iniettiva, suriettiva, invertibile.
-

5. Date le due rette in \mathbb{R}^3 :

$$r_1 : \begin{cases} x = -1 + t \\ y = t \\ z = 2 - t \end{cases} \quad r_2 : \begin{cases} y - 1 = 0 \\ x + z - 1 = 0 \end{cases}$$

- (i) stabilire la posizione reciproca di r_1 e r_2 ;
 - (ii) se le rette sono sghembe calcolare la distanza tra di esse;
 - (iii) se le rette sono complanari trovare l'equazione del piano che le contiene.
-