Analisi limite di volte a botte rinforzate con CFRP

Antonio Badalà, Massimo Cuomo, Giuseppe D'Agata

Dipartimento di Ingegneria Civile, Università di Catania, Italia E-mail:abadala@dica.unict.it, mcuomo@dica.unict.it, <u>gdagata@dica.unict.it</u>

Parole chiave: Volte in muratura, Rinforzo in CFRP, Analisi Limite, Prove sperimentali

SOMMARIO. La trattazione presenta una formulazione dell'analisi limite di volte a botte, a direttrice circolare e parabolica, basata sul metodo statico. Il materiale murario (idealizzazione della muratura in conci di pietra naturale o artificiale) è assunto non reagente a trazione e con limitata resistenza a compressione. Inoltre viene esplicitamente considerata la modalità di rottura per taglio della volta, attraverso un legame rigido-plastico ideale associato e che tiene conto del contributo di resistenza a taglio dato dall'effetto spinotto indotto dal rinforzo in FRP, secondo un modello di delaminazione fondato sui principi della frattura coesiva. I principali risultati vengono discussi e messi a confronto con i dati sperimentali di prove originali condotte su modelli in scala di volte a botte in conci di pietra calcarea.

1 INTRODUZIONE

Si esamina il problema della stima del carico di collasso e della modalità di rottura di archi o volte a botte, con lo scopo di progettare adeguatamente un intervento di rinforzo strutturale. A tal fine vengono considerati sia elementi strutturali murari non rinforzati, sia elementi rinforzati con nastri di FRP. Per quanto siano disponibili modelli numerici non-lineari per l'analisi del problema, questi risultano fortemente dipendenti da un gran numero di parametri di difficile determinazione sperimentale. L'analisi limite costituisce uno strumento semplificato, rispetto a quelli più sofisticati, ma che comunque consente di determinare il carico di rottura ed il cinematismo associato.

L'applicazione dell'analisi limite alla statica dell'arco in muratura trova le sue radici negli studi di Heyman [1]. In quanto segue si illustra una metodologia, fondata sull'approccio statico dell'analisi limite, per lo studio di strutture ad arco o a volta a botte in muratura rinforzate con tessuto di FRP, e disposto secondo le tecniche ormai consolidate così come previsto delle vigenti normative[2]. I principali risultati, ottenuti mediante implementazione in ambiente MATHEMATICA 6.0®, verranno discussi e messi a confronto con i dati sperimentali di prove su modelli in scala di volte a botte in conci di pietra calcarea, condotte dagli Autori presso il laboratorio Ufficiale di Prove Materiali e Strutture della Facoltà di Ingegneria dell'Università degli Studi di Catania.

2 IL MODELLO NUMERICO

Il modello di analisi limite si fonda sulle seguenti ipotesi semplificative di base:

-geometria piana;

-muratura non reagente a trazione, con comportamento a compressione rigido a resistenza infinita o rigido- plastico ideale con resistenza finita;

-rinforzo in FRP privo di rigidezza flessionale, con legame costitutivo rigido-plastico ideale e resistenza a compressione nulla;

-perfetta aderenza tra rinforzo in FRP e substrato murario con conservazione delle sezioni

piane;

-resistenza a taglio delle sezioni costante ed indipendente dallo sforzo normale e dal momento flettente agenti, con conseguente legame costitutivo associato di tipo rigidoplastico ideale, come si evince da dati sperimentali [6];

-contributo del composito alla resistenza a taglio ("dowel effect") costante secondo un legame associato di tipo rigido-plastico ideale.

Tali ipotesi, che consentono l'applicazione dei teoremi classici dell'analisi limite, scaturiscono dalle osservazioni che sono sviluppate nelle sezioni successive, confermate dalle analisi sperimentali.

2.1 La geometria

La procedura di analisi limite qui presentata è applicabile ad archi a spessore variabile e a generatrice generica, ma in questo lavoro ci si limita al caso di archi a generatrice circolare o parabolica ed a spessore costante.

L'arco circolare è scomposto in conci equispaziati limitati da sezioni convergenti al centro "O" della generatrice circolare dell'arco, ove si pone l'origine globale del sistema di riferimento, come illustrato nella Figura 1.



Nel caso dell'arco parabolico l'origine del sistema di riferimento si colloca sulla mezzeria della corda, ed i conci, equispaziati, sono delimitati da sezioni dirette secondo la normale locale alla parabola che descrive la linea d'asse (Figura 2).

2.2 Le equazioni di equilibrio

La Figura 3 mostra le azioni agenti su un generico concio; dove con N, V, M si indicano le risultanti delle azioni agenti sull'i-esimo giunto, con W si è indicato il peso proprio del concio e con F[i] la forza agente su di esso, amplificata del moltiplicatore λ ed applicata alla distanza d[i] dall'asse di simmetria. Si hanno pertanto 3(n+1) forze interne e 3n equazioni di equilibrio. Con una opportuna scelta delle tre incognite iperstatiche, le equazioni di equilibrio possono essere convenientemente riformulate ricavando le sollecitazioni interne in funzione di esse.

2.3 Le condizioni di ammissibilità statica sul Momento flettente e sullo Sforzo normale

Riferendoci al caso dell'arco (o porzione di volta) rinforzata con FRP, secondo l'ipotesi di

comportamento rigido-plastico del composito, la tensione limite è stata assunta in conformità alle normative vigenti[2]. In particolare, secondo quanto riportato ai paragrafi 5.2, 5.3, 5.6 e 5.7 delle Istruzioni CNR-DT200/2004, risulta quanto segue:

$$\sigma_{max} = min \left\{ \eta_a \frac{\sigma_{fk}}{\gamma_f}, \sigma_{fdd} \right\}$$
(1)

In essa:

 η_a è un coefficiente detto fattore di conversione ambientale, che dipende dall'esposizione (ambiente interno, esterno, aggressivo) e dal tipo di fibra e resina impiegati;

 γ_f è un coefficiente di sicurezza parziale (tabella Tab. 3-2 della citata CNR-DT200/2004);

 σ_{fk} è la resistenza caratterística a rottura del composito;

 σ_{fdd} è la resistenza di calcolo per delaminazione del composito data dalla (2);

$$\sigma_{fdd} = \frac{k}{\gamma_{f,d}\sqrt{\gamma_m}} \sqrt{\frac{2E_f \Gamma_{fk}}{t_f}}$$
(2)

k è un coefficiente che, in assenza di determinazioni sperimentali, può essere assunto pari a 3 nel caso di delaminazione intermedia promossa dalla fessurazione per flessione, mentre deve essere assunto pari ad 1 nel caso di delaminazione di estremità;

 γ_{fd} è un coefficiente di sicurezza parziale della fibra per il meccanismo di delaminazione;

 γ_m è un coefficiente di sicurezza parziale della muratura per il meccanismo di delaminazione da assumersi pari a γ_f .

 E_f è il modulo di Young del composito o del tessuto secco;

 t_f è lo spessore del rinforzo;

 Γ_{fk} è l'energia specifica di frattura, espressa dalla seguente relazione:

$$\Gamma_{fk} = c_1 \sqrt{f_{mk} f_{mtm}} \quad [\text{mJ/mm}^2]$$
(3)

 c_1 un coefficiente che, in assenza di determinazioni sperimentali, può essere assunto pari a 0.015; f_{mk} la resistenza caratteristica a compressione della muratura, espressa in N/mm²;

 f_{mtm} la resistenza media a trazione della muratura, espressa in N/mm².

Il valore della tensione limite del composito applicato all'intradosso va ridotto per effetto della curvatura e risulta fornito dalla espressione (4). In essa si è indicato con R il raggio di curvatura intradossale, con f_{mtd} la resistenza di calcolo a trazione del mattone e con σ_{fdd} è la tensione limite nel composito disposto all'estradosso e fornito dalla (2).

$$\sigma_{max,inf} = min\{\frac{\sigma_{fdd}}{1 + \frac{t_f \cdot \sigma_{fdd}}{R \cdot f_{mtd}}}, \eta_a \frac{\sigma_{fk}}{\gamma_f}\}$$
(4)

Le espressioni del dominio M-N, per una sezione rettangolare rinforzata con FRP, vengono

descritte considerando 3 meccanismi di rottura, per ciascuna direzione di rotazione delle sezioni, per un totale di sei funzioni che delimitano il dominio (Figura 4b).



Figura 4- Sezione dell'arco rinforzata con FRP e Domini M-N di ammissibilità statica.

Con riferimento alla Figura 4, i dati geometrici e meccanici di input al problema della determinazione dei domini M-N, della sezione sono i seguenti:

altezza della sezione dell'arco; S

spessore dello FRP d'intradosso; t_{finf}

profondità dell'arco; р

larghezza dello FRP d'intradosso; b_{finf}

 t_{fsup} spessore dello FRP d'estradosso; αf_{cm} tensione di compressione limite della muratura;

 σ_{fmax} tensione di trazione limite dello FRP. b_{fsup} larghezza dello FRP d'estradosso;

Si considerino per brevità solo i meccanismi con rotazione concorde al momento positivo.

Meccanismo 1:

al variare della posizione dell'asse neutro nell'intervallo [0, s] (Figura 4), i valori limite del momento flettente e dello sforzo normale sono espressi dalle seguenti equazioni, che esprimono in forma parametrica una parabola nello spazio M-N:

$$N_{I}(x) = \alpha f_{cm} p(s-x) - \sigma_{f,max} t_{f,inf} b_{f,inf} \qquad x \in [0,s]$$

$$(5)$$

$$M_{I}(x) = \alpha f_{cm} p(s-x) \frac{x}{2} - \sigma_{f,max} t_{f,inf} b_{f,inf} \frac{s}{2} \qquad x \in [0, s]$$
(6)

Meccanismo 2:

per una posizione dell'asse neutro considerata all'estremità inferiore, x=0 in Figura 4, esiste una infinità semplice di diagrammi di curvatura limite per la sezione, al variare del valore assunto dalla tensione di trazione nel composito, disposto inferiormente nell'intervallo $[0, \sigma_{f,max}]$. Le espressioni parametriche del tratto di dominio M-N, associato a questo secondo meccanismo, sono:

$$N_2(\sigma_f) = \alpha f_{cm} ps - \sigma_f t_{f,inf} b_{f,inf} \qquad \sigma_f \in [0, \sigma_{f,max}]$$

$$(7)$$

$$M_{2}(\sigma_{f}) = \sigma_{f}t_{f,inf}b_{f,inf}\frac{s}{2} \qquad \qquad \sigma_{f} \in [0,\sigma_{f,max}]$$
(8)

- Meccanismo 3:

la sezione ruota attorno al lembo superiore, con un valore di trazione nel rinforzo disposto superiormente che varia nell'intervallo $[0, \sigma_{f,max}]$, generando una infinità semplice di condizioni limite in cui la tensione nel composito inferiore è pari al valore costante plastico $\sigma_{f,max}$.

Le espressioni parametriche che governano il dominio M-N associato a questo meccanismo sono:

$$N_{3}(\sigma_{f}) = -\sigma_{f}t_{f,sup}b_{f,sup} - \sigma_{f,max}t_{f,inf}b_{f,inf} \qquad \sigma_{f} \in [0,\sigma_{f,max}]$$
(9)

$$M_{3}(\sigma_{f}) = -\sigma_{f}t_{f,sup}b_{f,sup}\frac{s}{2} + \sigma_{f,max}t_{f,inf}b_{f,inf}\frac{s}{2} \qquad \sigma_{f} \in [0,\sigma_{f,max}]$$
(10)

In maniera analoga si determinano le espressioni del dominio di ammissibilità statica, inerente le caratteristiche della sollecitazione di Momento flettente e Sforzo normale, associate a meccanismi limite con rotazione discorde alla direzione positiva del Momento.

2.4 Le condizioni di ammissibilità statica sul Taglio – L'effetto spinotto

Le evidenze sperimentali [3-5], mostrano come la frattura per taglio nelle strutture murarie in conci sia localizzata lungo i letti di malta ed avvenga in direzione parallela ai mattoni. Il legame elasto-plastico ideale, di tipo coesivo e privo di attrito, seppur con i limiti connessi alla semplicità del modello, permette di considerare una legge di flusso associata assumendo un angolo di dilatanza nullo. Il taglio limite della sezione dell'arco viene valutato secondo l'espressione (11), in cui τ_m è la resistenza a taglio della malta che, in questo lavoro, è stata assunta pari alla resistenza a trazione, in applicazione del Criterio di resistenza di Rankine. Nel caso di rinforzo con fasce di tessuto di FRP, alla resistenza della muratura si somma il contributo dell'effetto spinotto da esse indotto e la relazione (11) si modifica nella (12). La condizione di ammissibilità statica a Taglio è data dall'espressione (13).

$$V_{lim} = \tau_m ps$$
; $V_{lim} = \tau_m ps + P_{d,sup} + P_{d,inf}$; $|V| \le V_{lim}$ (11,12,13)

Nella (12) si è indicato con $P_{d,sup}$ e $P_{d,inf}$ il taglio resistente indotto dall'effetto spinotto del composito disposto rispettivamente all'estradosso ed all'intradosso dell'arco. Tale contributo è stato dedotto studiando il processo di delaminazione del composito, indotto dallo scorrimento del giunto murario, mediante un modello di meccanica della frattura coesiva, in accordo con gli studi condotti da Ueda T. & Dai J. [6]. Esprimendo l'equilibrio della condizione limite rappresentata in Figura 5, si ottiene:

$$P_{d} = b_{f} t_{f} E_{f} \left(\frac{1}{\cos \theta_{CR}} - 1 \right) \sin \theta_{CR}$$
(14)

Nella (14) si è indicato con ϑ_{CR} l'angolo critico secondo cui si dispone il composito allorquando il processo di avanzamento della frattura raggiunge l'equilibrio quasi-statico; mentre i simboli E_{f_i} $b_{f_i}t_f$ indicano rispettivamente il modulo di Young, la larghezza e lo spessore del composito in FRP. Nel modello qui proposto (Figura 5) l'angolo critico è legato dalla relazione (15) a Γ_I che rappresenta l'energia specifica di frattura di modo I che si esplica all'interfaccia tra strato di muratura bonificata dal primer, (che rimane coesa al composito in FRP dopo il processo di delaminazione), ed il sottostante substrato muratio.



Figura 5- Meccanismo di scorrimento tangenziale lungo i giunti di malta. Effetto spinotto.

L'espressione (15) si ottiene uguagliando la forza di taglio per effetto spinotto espressa dalla (14) con la risultante delle tensioni normali che si sviluppano nella zona di processo, ipotizzate variabili linearmente con l'apertura della delaminazione, data dalla (16):

$$\Gamma_{I} = E_{f}t_{f}(I - \cos\theta_{CR})Tan^{2}\theta_{CR} \qquad P_{d} = \Gamma_{I}b_{f}Co\tan\theta_{CR}; \qquad (15, 16)$$

L'energia specifica di frattura è stimabile, in assenza di più precise determinazioni sperimentali, attraverso la relazione (17), ottenuta nell'ambito di questo studio attraverso uno specifico modello di delaminazione multistrato, nella quale E_{nv} E_{B} , h_B , sono rispettivamente il modulo di Young del mattone, dello strato di stucco epossidico di sottofondo, e lo spessore di quest'ultimo addizionato della profondità di penetrazione del primer [7].

$$\Gamma_{I} = 0.38 \frac{\frac{2E_{B}}{h_{B}} + \frac{E_{m}}{b_{f}}}{\frac{E_{B}E_{m}}{h_{B}}} \frac{(b_{f} + 2h_{B})^{2}}{b_{f}} f_{mtm}^{2}$$
(17)

3 PROVE SPERIMENTALI

Il programma sperimentale comprende prove di carico concentrato a controllo di spostamento su modelli in scala di volta a botte di pietra calcarea a direttrice circolare, rinforzate con diverse tecnologie di rinforzo in CFRP.

3.1 Geometria e caratteristiche meccaniche dei materiali

La geometria è quella di Figura 1. I modelli di volta sono realizzati in mattoni di pietra calcarea di dimensioni 7x7x15 cm disposti ad un sol foglio, allettati con malta bastarda tipo M2.5 (9 parti in volume di sabbia fine di Melilli, 2 di grassello di calce, 1 di cemento Portland II A-LL 32,5R). La luce e la freccia all'intradosso sono pari, rispettivamente, a 150 cm e 40 cm, mentre la larghezza è di 55 cm. In questo studio si analizza una prova sul modello rinforzato all'estradosso con una fascia di tessuto in CFRP unidirezionale (C UNI-AX300/20), della larghezza di 20 cm e spessore equivalente di 0.167 mm, applicato secondo la seguente procedura: stesura di uno strato

di primer (tipo MapeWrap Primer 1-Epossidico bicomponente), regolarizzazione della superficie con un sottile ed uniforme strato di stucco epossidico (tipo MapeWrap Primer 11), stesura del tessuto sullo strato di stucco ancora "fresco", previa impregnazione a pennello con resina epossidica (tipo MapeWrap Primer 31). La Tabella 1 riassume le principali proprietà meccaniche dei materiali impiegati, ottenute da prove sperimentali.

Proprietà	Materiale	Valore	Proprietà	Materiale	Valore
Resistenza a compressione [MPa]	Mattone	12.6	Modulo Elastico [MPa]	Mattone	9500
	Malta	2.5		Malta	675
	Muratura	4.1		CFRP	230000
Resistenza a trazione [MPa]	Mattone	1.2	Peso specifico[kNm-3]	Mattone	17.5
	Malta	0.2		Malta	20.0
	CFRP	4830		Muratura	18.0

Tabella1 : Proprietà dei materiali

3.2 La prova su modello con rinforzo all'estradosso in CFRP

Come mostrato in Figura 6, il carico è applicato ad un quarto della luce, attraverso un martinetto a vite in serie al quale è disposta una cella di carico da 250 KN. Uno snodo a sfera ed un pattino in acciaio su doppio strato di teflon da 0,3 mm impregnato con grasso grafitico, permettono la trasmissione della sola componente verticale del carico.



Figura 6- Foto dell'apparato di prova sull'arco con rinforzo estradossale in FRP

La traversa in legno massello sagomata a sezione trapezoidale e rinforzata con un profilato ad L da 60x6, distribuisce il carico su tutta la larghezza della volta. Sulla spalla opposta a quella di carico un apparecchio d'appoggio, del tipo a pattino, permette la misura della spinta attraverso due celle di carico da 25 kN. Tale appoggio è costituito da una parte fissa, rigidamente connessa alla trave in c.a. di supporto, e da una parte scorrevole su guide, con interposti due fogli di teflon da 0,3 mm lubrificati con grasso grafitico, su cui è impostato l'arco. Durante la costruzione e fino al momento della prova due barre filettate bloccano il sistema. Esse vengono allentate quando le due celle di

carico sono messe a contrasto tra la parte fissa e mobile dell'appoggio.

4 CONFRONTO DEI RISULTATI NUMERICI E SPERIMENTALI

Il carico di collasso sperimentale della volta è risultato pari a circa 12 kN (Figura 7). Con un meccanismo associato che prevede la formazione di 4 cerniere: la prima all'estradosso nel giunto sotto la traversa di applicazione del carico, la seconda all'intradosso all'imposta mobile, la terza estradossale alla spalla prossima al carico ed una quarta per scorrimento da taglio dei giunti di malta alla spalla mobile.



delle cerniere

Figura 7- Sequenza di formazione delle cerniere durante il processo di carico.

E' interessante sottolineare l'efficacia del rinforzo estradossale in CFRP che ha consentito, nel caso esaminato, di pervenire ad un meccanismo di collasso altamente dissipativo, con le risorse di resistenza a compressione dei mattoni ampiamente impiegate oltre il limite plastico. Si vedano a

tal proposito le lesioni all'intradosso, che si sviluppano già ad un livello di carico pari a circa l'80% del carico di collasso, illustrate in Figura 8.



Figura 8-Fessure per schiacciamento dei mattoni all'intradosso

L'analisi limite effettuata con il modello proposto prevede un carico limite pari a 12.9 kN. Al fine di un riscontro con i risultati sperimentali, nelle elaborazioni tutte le grandezze meccaniche dei materiali sono state poste pari al loro valore medio e non sono stati presi in considerazione i coefficienti di sicurezza parziali previsti dalle citate normative [2]. Inoltre è stata assunta una larghezza efficace per la volta pari a $3t+b_f = 0.41 m$, in conformità alle prescrizioni della CNR-DT200/2004, piuttosto che la reale larghezza pari a 0.55 m. Lo sviluppo di tale larghezza, collaborante con il rinforzo in FRP, è evidenziato dai risultati sperimentali. Nelle Figure 9 e 10 si vede chiaramente l'insorgenza di fessurazioni trasversali lungo i giunti di malta, al di fuori della fascia di rinforzo. Il cinematismo sperimentale è colto con esattezza dal modello come confermato dal confronto tra le Figure 7-f) e 11. E' importante notare che la fascia di FRP non è ancorata agli apparecchi d'appoggio e dunque la resistenza del primo e dell'ultimo giunto è quella di una sezione priva di rinforzo.



Figura 9- II Ciclo, IV cerniera: Scorrimento a taglio del giunto 1. Effetto spinotto solo nella larghezza efficace. Fessure trasversali al di fuori della fascia.

Figura 10-Fessure trasversali in prossimità della spalla fissa.

Nella Figura 11, è indicato il tipo e la posizione delle cerniere plastiche. In particolare ogni cerniera è individuata da una coppia di numeri. Il primo indica la sezione di ubicazione, numerate da 1 a 24 a partire dalla spalla mobile. Il secondo caratterizza il tipo di cerniera, individuando il meccanismo secondo quanto illustrato al precedente paragrafo 2.3-equazioni (5-10). Il codice 7 è

associato alla formazione della cerniera impropria a taglio (paragrafo 2.4). Viene riportata inoltre la rappresentazione dello stato di sollecitazione al collasso delle sezioni critiche.



Figura 11-Risultati ottenuti mediante il software di analisi limite

5 CONCLUSIONI

E' stata illustrata una procedura di analisi limite, per il calcolo della capacità portante di volte a botte rinforzate con CFRP. I risultati con essa ottenuti risultano in pieno accordo con le evidenze sperimentali di prove su modelli in scala di volta in conci di pietra calcarea, testati con cicli di carico applicato ad un quarto della luce ed a controllo di spostamento. Il valore della forza di collasso teorico è determinato con un'approssimazione inferiore al 10% rispetto al valore sperimentale. Il modello calcola la corretta posizione delle cerniere, nonché la loro tipologia, e prevede la presenza del meccanismo di rottura per scorrimento tangenziale lungo i giunti di malta associato all'effetto spinotto del rinforzo in ("dowel effect"). Il confronto condotto ha permesso di confermare l'esistenza di una larghezza efficace di muratura, realmente collaborante con la fascia di rinforzo in FRP, di dimensioni pari a tre volte lo spessore dell'arco incrementato della larghezza del composito, in perfetto accordo con le Istruzioni CNR-DT200/2004.

Bibliografia

- [1] Heyman, J., "The Stone Skeleton", in Structural Engineering of Masonry Architecture, Cambridge University Press, (1995).
- [2] CNR-DT 200/2004, "Istruzioni per la Progettazione, l'Esecuzione ed il Controllo di Interventi di Consolidamento Statico mediante l'utilizzo di Compositi Fibrorinforzati-Materiali, strutture in c.a. e in c.a.p., strutture murarie", Versione Sottoposta ad Inchiesta Pubblica, Roma-CNR 13 luglio 2004.
- [3] Badalà A., Cuomo M. (1990) "Analisi sperimentale di strutture murarie della Sicilia Orientale - Atti Convegno G.N.D.T., PISA, (1990).
- [4] Badalà A., Cuomo M., (1997) "A new device for shear test on masonry panels: development and validation tests", Presentato al Convegno Strumas IV, Firenze 1997.
- [5] Valluzzi M.R., Modena C., "Experimental analysis and modelling of masonry vaults strengthened by FRP", Historical Constructions, P.B. Lourenço, P. Roca (Eds.), Guimarães, 627-635 (2001).
- [6] Ueda T., Dai J., "Interface bond between FRP sheets and concrete substrates-properties, numerical modeling and roles in member behaviors", Progress in Structural Engineering and Materials, Vol. 7, N° 1 27-43. (2005).
- [7] D'Agata G., "Analisi di strutture murarie voltate rinforzate con materiali compositi. Modellazione del peeling e tecniche di intervento", Tesi di Laurea in Ingegneria Civile (2005).