

Infiltrazione stazionaria in suoli gradualmente stratificati: condizioni di formazione di una falda pensile e profili di proprietà idrologiche

Stefano Barontini¹, Roberto Ranzi¹

¹DICATA, University of Brescia, Italy

E-mail: barontin@ing.unibs.it, ranzi@ing.unibs.it

Keywords: Non-homogeneous porous medium, Soil conductivity, Perched water, Darcy's law.

SOMMARIO. La formazione di falde pensili, a seguito di una precipitazione su un suolo stratificato, può caratterizzare significativamente molti fenomeni idrologici e geologici, tra cui l'innescò di processi di scivolamento superficiali. Con lo scopo di contribuire a definire una procedura di mappatura della sicurezza del suolo nei confronti dello scivolamento superficiale, sono qui presentate le condizioni di formazione e di equilibrio di una falda pensile, in un suolo gradualmente stratificato, ed è investigato l'effetto della rappresentazione della conducibilità relativa sulla determinazione dei profili delle grandezze idrologiche. La variabilità del suolo è caratterizzata da una diminuzione esponenziale della conducibilità idraulica a saturazione. I profili, ottenuti integrando analiticamente la legge di Darcy sia nel caso di flusso saturo, sia nel caso di flusso insaturo, sono confrontati con una soluzione numerica del problema.

1 INTRODUZIONE

Per effetto dei processi genetici, gli orizzonti subsuperficiali di suolo sono tipicamente caratterizzati da una conducibilità idraulica a saturazione K_s inferiore a quella dell'orizzonte superficiale. Tali strati, infatti, raccolgono materia organica non completamente decomposta e particelle fini eluviate dall'orizzonte superficiale che ne riducono la permeabilità. Al contrario gli strati più prossimi alla superficie sono caratterizzati da un sistema di vie di flusso preferenziali (tane di insetti o piccoli mammiferi, canalicoli lasciati dalla perdita di turgore degli apparati radicali, crepe da ritiro e alterazioni strutturali superficiali) che ne aumenta la permeabilità.

La riduzione di K_s con la profondità influenza molti e importanti fenomeni idrologici superficiali. Essa provoca infatti la riduzione della capacità di infiltrazione potenziale del suolo superficiale e ne aumenta il tasso di ruscellamento durante la formazione di una piena; induce la formazione di picchi di contenuto d'acqua subsuperficiali [1] che possono ridurre la coesione apparente del suolo [2]; e, ove sia raggiunta la saturazione e la formazione di una falda pensile, rende disponibile l'acqua immagazzinata per il deflusso ipodermico. L'insorgenza di una falda pensile, inoltre, è una tipica causa di innescò di fenomeni di slittamento superficiale a causa della riduzione della resistenza del terreno agli sforzi di taglio [3, 4, 5, 6, 7, 8].

Nel caso di un terreno gradualmente vario non sono a priori osservabili superfici di discontinuità. È perciò importante identificare i meccanismi di formazione ed evoluzione delle falde pensili, al fine di definirne proprietà come lo spessore, la posizione e il valore della massima pressione al variare del tasso di infiltrazione. Per valutare la sicurezza dell'ammasso di suolo soprastante, è inoltre importante conoscerne lo stato tensionale, il peso e, quindi, lo stato di imbibizione, la cui stima è strettamente legata alla forma dei legami costitutivi scelti.

Con lo scopo di contribuire a definire una procedura di mappatura della sicurezza del suolo nei confronti dello scivolamento superficiale, e sulla base delle analisi preliminari a una sperimentazione di laboratorio [9], si intende quindi con questo lavoro: (a) proporre alcuni risultati sulle condizioni di formazione e sulla configurazione di equilibrio di una falda pensile al variare del tasso di infiltrazio-

ne, e (b) investigare l'effetto della rappresentazione della conducibilità relativa sulla determinazione dei profili delle grandezze idrologiche, durante un processo di infiltrazione stazionaria in un suolo caratterizzato da una diminuzione esponenziale di K_s con la profondità. I profili, ottenuti integrando analiticamente la legge di Darcy sia nel caso di flusso saturo, sia nel caso di flusso insaturo, sono confrontati con una soluzione numerica del problema.

2 POSIZIONE DEL PROBLEMA

Si consideri uno strato superficiale di suolo indeformabile e non omogeneo, di spessore x_f . Vi abbia sede un'infiltrazione stazionaria rappresentata da un flusso darciano verticale e isoterma, con velocità apparente i sufficientemente bassa affinché lo strato di suolo, all'equilibrio, non sia completamente saturo. Alla Sezione 3 sarà definito il limite superiore i_{max} di i , ma per il momento si pone solamente che sia $i < K_{s,o}$, essendo $K_{s,o}$ la conducibilità idraulica a saturazione del suolo superficiale. Si possono raggiungere in campo condizioni di questo tipo, a seguito di un prolungato apporto idrico artificiale o meteorico, di bassa intensità, e dopo che l'effetto dei transitori di imbibizione sia diventato trascurabile. La non omogeneità del suolo sia essenzialmente caratterizzata da una diminuzione, monotona con la profondità x , della conducibilità idraulica a saturazione K_s . L'ipotesi introdotta è a priori forte perché esclude i suoli in cui variano, oltre alla conducibilità a saturazione, anche la natura o i parametri dei legami costitutivi. Essa non è tuttavia irrealistica, almeno in riferimento alla curva di ritenzione, nelle condizioni di campo in cui gli strati superficiali di suolo siano caratterizzati da un elevato contenuto organico [1]. L'effetto del contenuto organico sui legami costitutivi può infatti essere più sensibile rispetto al complesso di variazioni strutturali della matrice porosa che induce una diminuzione della conducibilità a saturazione.

I profili delle grandezze idrologiche in condizioni di flusso stazionario possono essere descritti particolarizzando per un suolo non omogeneo la legge di Darcy, originariamente formulata per un flusso in un suolo saturo [10] e successivamente estesa da Richards [11] al flusso in un suolo non saturo:

$$i = -K \frac{d\Phi}{dx} . \quad (1)$$

Nella 1 $K = K(x, \psi)$ [$L T^{-1}$] è la conducibilità idraulica del suolo, talvolta definita anche conducibilità capillare [12], a priori funzione del potenziale di umidità ψ [L], e Φ [L] è il potenziale piezometrico generalizzato dell'acqua nel suolo [13]. In un suolo insaturo, indeformabile, posto in un ambiente a pressione atmosferica e in assenza di membrane osmotiche, Φ è scritto nella forma

$$\Phi = \psi - x . \quad (2)$$

con $\psi \leq 0$ e in cui $-x$ [L] è il potenziale gravitazionale. In un suolo saturo nelle stesse condizioni, invece, ψ è nullo, ma può essere presente un potenziale di sommersione $h > 0$ legato alla pressione p nel fluido dalla relazione $h = p/\gamma_w$, ove γ_w è il peso specifico del fluido considerato. Φ si scrive in tal caso:

$$\Phi = h - x . \quad (3)$$

Introducendo $\tilde{\psi}$, definito come $\tilde{\psi} = \psi$ se $\psi \leq 0$ e $\tilde{\psi} = h$ se $\psi > 0$, la 2 e la 3 possono essere scritte in un'unica forma come:

$$\Phi = \tilde{\psi} - x . \quad (4)$$

Si consideri ora K , che viene usualmente rappresentata come prodotto della conducibilità idraulica a saturazione K_s e della conducibilità idraulica relativa $k(\psi)$, la cui forma è legata alla forma

della curva di ritenzione $s(\psi)$ (s sia il grado di saturazione efficace del suolo). Con le ipotesi introdotte sull'uniformità della forma e dei parametri dei legami costitutivi, K può essere espressa nella 1 come:

$$K(x, \psi) = K_{s,o} f(x) k(\psi), \quad (5)$$

in cui $K_{s,o}$ è la conducibilità idraulica superficiale a saturazione, $f(x)$ una funzione monotona decrescente della profondità x , tale che $f(0) = 1$, e $k(\psi)$ la conducibilità idraulica relativa. È, in particolare, $k = 1$ se $|\psi| \leq |\psi_s|$, essendo ψ_s il potenziale di umidità al di sopra del quale il suolo è saturo. Poiché è anche $k = 1$ se $\psi = 0$ e $h > 0$, tenendo conto della definizione di $\tilde{\psi}$, si può definire $k(\tilde{\psi})$ per mezzo del prolungamento a $k = 1$ se $\tilde{\psi} > 0$.

Un'utile formulazione del problema si può ottenere con la sostituzione della profondità equivalente $X = F(x)$, già introdotta da Zaslavsky [14] per un flusso in un mezzo poroso non omogeneo e saturo:

$$X - X_o = F(x) \equiv \int_0^x \frac{d\xi}{f(\xi)}. \quad (6)$$

La profondità equivalente X rappresenta la profondità di uno strato di suolo saturo, non omogeneo nella direzione del flusso, mediante un equivalente strato di suolo saturo e omogeneo, con conducibilità pari a quella superficiale del suolo originario. Nel caso considerato, in cui K_s sia esponenzialmente decrescente con costante caratteristica di decadimento L [15, 16], si ha:

$$f(x) = e^{-x/L}. \quad (7)$$

Ponendo $X_o = L$, l'equazione 1, per mezzo di 4, 5, 6 e 7, assume la forma:

$$\frac{d\tilde{\psi}}{dX} = -\frac{i}{K_{s,o}k} + \frac{L}{X}, \quad (8)$$

in cui, si ricorda, $k = k(\tilde{\psi})$.

Nelle linee successive, dopo avere definito le condizioni di formazione di falde pensili, saranno richiamate alcune soluzioni della 8, in condizioni di flusso in un suolo saturo e in suoli insaturi caratterizzati da diversi tipi di legami costitutivi. La condizione al bordo, scelta per il caso di studio, è data dalla presenza della falda alla profondità x_f , ovvero $\psi(x_f) = 0$, che, tenendo conto di 4 e 6, si riscrive come:

$$\tilde{\psi}(X_f) = 0. \quad (9)$$

3 CONDIZIONI DI FORMAZIONE DI UNA FALDA PENSILE

Tenendo conto della 4, dalla 1 si ha che:

$$-K \frac{d\tilde{\psi}}{dx} = i - K. \quad (10)$$

Poiché x_f è a pressione atmosferica, ovvero $\psi(x_f) = 0$, la condizione affinché non si formi una falda pensile nell'intorno di x_f è

$$i \leq K_s(x_f). \quad (11)$$

In tal caso si avrebbe, infatti,

$$\left. \frac{d\tilde{\psi}}{dx} \right|_{x_f^-} \geq 0,$$

ovvero il flusso i avverrebbe nella direzione di $\tilde{\psi}$ crescente. Essendo $\tilde{\psi}(x_f) = \psi(x_f) = 0$, il flusso avverrebbe pertanto anche nella direzione del contenuto d'acqua crescente, senza raggiungere la saturazione se non al bordo.

Si definisca ora una profondità intermedia x^* , con $0 < x^* < x_f$ e si consideri il caso in cui $i = K_s(x^*)$, ovvero:

$$K_{s,o} > i > K_s(x_f). \quad (12)$$

Si ottiene perciò, dalla 10

$$\left. \frac{d\tilde{\psi}}{dx} \right|_{x_f^-} < 0,$$

e, poiché $\tilde{\psi}(x_f) = 0$, deve essere $\tilde{\psi} = h > 0$ per $x < x_f$. Il flusso i avviene perciò, nell'intorno di x_f , in un suolo saturo e nella direzione del potenziale di sommersione h decrescente. Nell'intorno di x_f si ha pertanto la presenza di una falda pensile.

4 FLUSSO CON FORMAZIONE DI UNA FALDA PENSILE

Il problema dato dalla 8 e dalla 9, soggetto alla condizione 12, è un problema differenziale ordinario lineare nell'intorno di x_f , ove $k = 1$ poiché $\tilde{\psi} = h > 0$ e può quindi essere direttamente risolto. Ripristinando x e h in luogo di X e $\tilde{\psi}$, si ottiene:

$$h(x) = x - x_f + L \frac{i}{K_{s,o}} \left[e^{\frac{x-f}{L}} - e^{\frac{x}{L}} \right]. \quad (13)$$

La soluzione 13 è valida solo finché $h \geq 0$ e ha quindi un limite superiore di validità x_s determinato a mezzo della condizione $h(x_s) = 0$, ovvero:

$$\frac{x_f - x_s}{L} \frac{K_{s,o}}{\left[e^{\frac{x_f}{L}} - e^{\frac{x_s}{L}} \right]} = i. \quad (14)$$

Si può mostrare [9, per esempio] che il primo membro della 14 definisce la conducibilità idraulica a saturazione equivalente $K_{s,eq}^{[x_s, x_f]}$ dello strato di suolo $[x_s, x_f]$. $K_{s,eq}^{[x_s, x_f]}$ è quindi la conducibilità idraulica a saturazione che dovrebbe avere uno strato di suolo omogeneo dello stesso spessore $\Delta x = x_f - x_s$ per consentire il flusso i a fronte dello stesso gradiente di carico $\Delta\Phi/\Delta x$. Lo spessore della falda pensile è pertanto quello di uno strato di suolo caratterizzato da $K_{s,eq}^{[x_s, x_f]}$ data dalla 14 e pari al flusso imposto i . Essendo inoltre

$$i = K_{s,eq}^{[x_s, x_f]} < K_s(x_s) = K(x_s) \quad (15)$$

e $\tilde{\psi}(x_s) = \psi(x_s) = 0$, nell'intorno x_s^- si avrà un flusso insaturo nella direzione di ψ crescente, e quindi anche della saturazione s crescente, caratterizzato da:

$$\left. \frac{d\psi}{dx} \right|_{x_s^-} > 0,$$

la cui descrizione sarà argomento della Sezione 5. Qui si osserva invece che il flusso i_{max} che satura tutto lo strato di suolo, ovvero che fa risalire la falda pensile fino a $x_s = 0$ è pari alla conducibilità equivalente di tutto l'ammasso, ovvero:

$$i_{max} = K_{s,eq}^{[0, x_f]} < K_{s,o}. \quad (16)$$

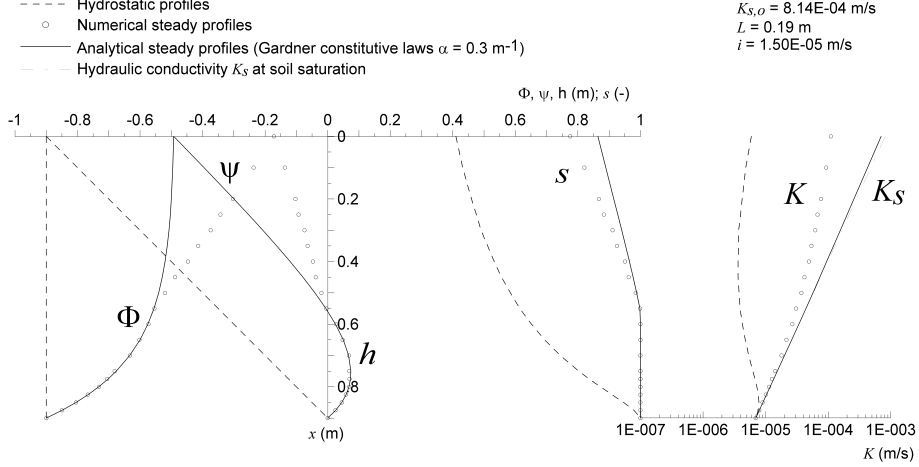


Figura 1: Profili del potenziale piezometrico generalizzato dell'acqua nel suolo Φ , del potenziale di umidità ψ o del potenziale di sommersione h , della conducibilità idraulica K e del grado di saturazione effettivo s durante un processo di infiltrazione stazionaria in un suolo disomogeneo con formazione di una falda pensile

Mentre, tuttavia, nel suolo omogeneo equivalente caratterizzato da $K_{s,eq}^{[x_s, x_f]}$, il flusso i avrebbe luogo a fronte del solo gradiente gravitazionale, perché $h(x_s) = h(x_f) = 0$, nel suolo non omogeneo il flusso i richiede un aumento di h nell'intorno x_s^+ . Infatti, in virtù della 15 e tenendo conto che $\tilde{\psi}(x_s) = \psi(x_s) = 0$, dalla 10 si ha:

$$\left. \frac{dh}{dx} \right|_{x_s^+} > 0.$$

Tra x_s^+ , ove h è crescente, e x_f^- , ove h è decrescente, è presente un punto di massimo, la cui posizione può essere determinata direttamente dalla 10 ponendo che sia $d\tilde{\psi}/dx = 0$ e ottenendo la condizione $i = K$. Poiché lo strato $[x_s, x_f]$ è saturo, il picco della falda è proprio in x^* e il corrispondente valore di h è determinato dalla 13. L'applicazione della 13 è rappresentato per un caso di studio in Figura 1 e confrontato con una soluzione numerica. Il prolungamento alla condizione di flusso insaturo è risolto adottando legami costitutivi di Gardner [12, si veda la Sezione 5].

5 FLUSSO SENZA FORMAZIONE DI UNA FALDA PENSILE

Si consideri ora lo strato di suolo superiore a x_s . La soluzione del problema dato dalla 8 e dalla 9 è strettamente legata alla forma del legame costitutivo scelto per caratterizzare $k(\psi)$. Si focalizzi l'attenzione su strati di suolo il cui spessore x_s sia in un certo senso limitato, ovvero dell'ordine di poche scale di decadimento L della conducibilità idraulica a saturazione. Considerando che L è atteso essere dell'ordine di un decimetro [15, 16] e la scala caratteristica di decadimento A della curva di ritenzione, supposta esponenziale, è in genere compresa tra 0.2 e 5 m [17], i profili stazionari di infiltrazione in un suolo poco profondo, saturo al bordo inferiore, verranno a essere sensibilmente influenzati dalle caratteristiche della conducibilità relativa $k(\psi)$ presso saturazione. Si considerano

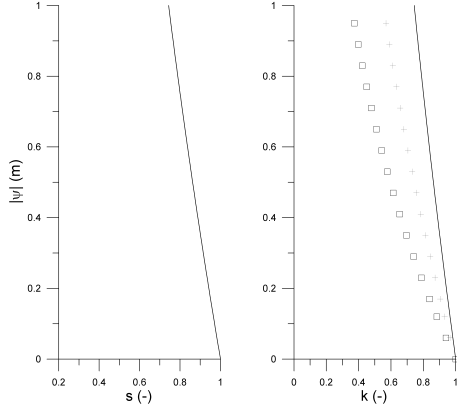


Figura 2: $s(\psi)$ di Gardner con $k(\psi)$ di Gardner (linea), Yuster (crocette) e Averjanov (quadrati)

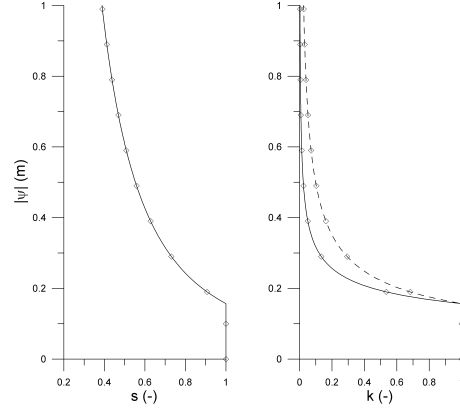


Figura 3: $s(\psi)$ di Brooks e Corey con $k(\psi)$ di Mualem (linea) e di Mualem approssimata (tratteggio)

perciò due classi di legami costitutivi $k(\psi)$, a seconda che K tenda a $K(\psi_s) = K_s$ con pendenza finita oppure con pendenza infinita.

5.1 Legami per cui K si approssima a K_s con pendenza finita

Appartengono alla prima classe i legami costitutivi di Averyanov, Yuster [18], Gardner [12] e le forme predittive della conducibilità insatura proposte da Burdine e Mualem [19], se applicate in particolare a una curva di ritenzione come introdotta da Brooks e Corey [20].

Con i legami appartenenti a questa classe si può esprimere k nella forma

$$k = s^a, \quad a \geq 1 \quad \text{e} \quad \lim_{\psi \rightarrow \psi_s} \frac{dk}{d\psi} \neq \infty. \quad (17)$$

Il valore di a è pari a 1, 2, 3.5 rispettivamente per terreni caratterizzati da un legame di Gardner, Yuster e Averjanov. In questo caso la condizione imposta dal limite è verificata qualora sia introdotta, per esempio, una curva di ritenzione esponenziale, come nella forma proposta da Gardner [12]:

$$s = e^{\alpha\psi}, \quad (18)$$

in cui $\psi_s = 0$ e $\alpha = 1/A$ [1 L^{-1}] è definito *sorptive number*. La soluzione del problema, ottenuto sostituendo nella 8 la prima delle 17 e la 18, è abbastanza diretta esprimendo k come variabile dipendente ed esplicitando $\psi = \psi(k)$. In tal caso la 8 è infatti ricondotta a un'equazione differenziale lineare ordinaria, la cui soluzione è nota. I profili così ottenuti sono rappresentati per un caso di studio in Figura 5.

Si consideri ora una curva di ritenzione in forma di potenza come proposta da Brooks e Corey [20]:

$$s = \min \left\{ 1, \left(\frac{\psi}{\psi_b} \right)^\lambda \right\}, \quad (19)$$

caratterizzata da *bubbling pressure* $\psi_b = \psi_s < 0$, e indice di distribuzione dimensionale dei pori $\lambda > 0$ [20]. Il parametro λ è, in genere, minore di 1 [16]. Con questa curva di ritenzione, a assume

valori pari a $a = 3 + \frac{2}{\lambda}$ ovvero $a = 2.5 + \frac{2}{\lambda}$, rispettivamente, a seconda che la 19 sia usata con l'equazione di Burdine o di Mualem [19], e quindi è maggiore delle precedenti schematizzazioni (Figura 3). Sostituendo la 19 nella 8 è necessario dividere il dominio di integrazione in due tratti: un tratto saturo caratterizzato da $k = 1$ e un tratto non saturo, caratterizzato da

$$k = \left(\frac{\psi}{\psi_b} \right)^{-\lambda a}.$$

La conducibilità relativa k così formulata, riduce la 8 a una equazione differenziale ordinaria non lineare. Il caso particolare $\lambda a = 2$, che, per $\lambda < 1$, corrisponde a valori di a intermedi tra quello proposto da Yuster e quelli che si otterrebbero con le formulazioni di Burdine e di Mualem, è un'equazione di Riccati che può essere risolta in termini di funzioni di Bessel, per mezzo di alcuni cambiamenti successivi di variabile, come suggerito da Davis [21, pp.65—70]. I profili così ottenuti sono rappresentati per un caso di studio in Figura 5.

5.2 Legami per cui K si approssima a K_s con pendenza infinita

Appartiene a questa classe il legame che si ottiene sostituendo nell'equazione di Mualem una curva di ritenzione come proposta da van Genuchten [19], qui di seguito riportata:

$$s = \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{\psi}{\psi_1} \right)^n \right]^m}, \quad (20)$$

in cui ψ_1 , m e n sono parametri di taratura e $\psi_s = 0$. Con il vincolo

$$m = 1 - \frac{1}{n}, \quad (21)$$

che riduce da tre a due il numero di parametri indipendenti, la conducibilità relativa può essere espressa da

$$k = s^{0.5} \left[1 - \left(1 - s^{\frac{1}{m}} \right)^m \right]. \quad (22)$$

La 22 tende a $s = 1$ con pendenza infinita rispetto a ψ nel caso in cui sia $n < 2$, mentre la pendenza è finita per $n = 2$ e nulla per $n > 2$ [22]. Il caso per cui si ottiene $n < 2$, a partire dalle curve di ritenzione, è tuttavia comune: accettando infatti il vincolo 21, e assumendo che la 20 tenda alla 19 per grandi valori di $|\psi|$, si ha che $\lambda = mn$, $\psi_b = \psi_1$ e quindi $n < 2$ se $\lambda < 1$.

Si introduce, per le successive considerazioni, uno sviluppo in serie di Taylor della funzione $1/k$ nell'intorno di $(\psi/\psi_1)^{mn} = 0$ (Figura 4):

$$\frac{1}{k} = 1 + 2 \left(\frac{\psi}{\psi_1} \right)^{mn} + \mathcal{O} \left[\left(\frac{\psi}{\psi_1} \right)^{2mn} \right]. \quad (23)$$

Si osservi che la 23 porge un'approssimazione di k , per valori prossimi alla saturazione, data da:

$$k_{\psi \rightarrow 0^-} \approx \left[1 + 2 \left(\frac{\psi}{\psi_1} \right)^{mn} \right]^{-1}. \quad (24)$$

formalmente analoga alla seconda formulazione del citato lavoro di Gardner [12].

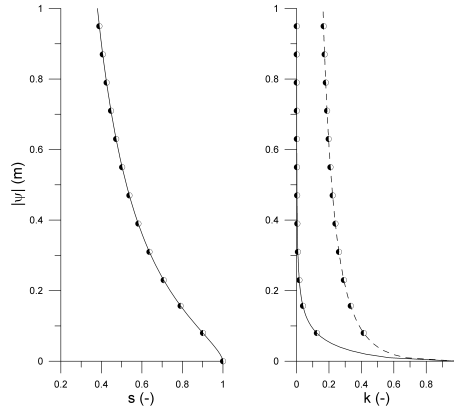


Figura 4: $s(\psi)$ di van Genuchten con $k(\psi)$ di Mualem (linea) e di Mualem approssimata (tratteggio)

Considerando ora l'integrazione della 8 con legami costitutivi di van Genuchten (eq. 20) e Mualem (eq. 22), si riconosce che il termine $i/K_{s,o}$ che compare nella 8 è piccolo. In virtù della condizione 15, infatti, si ha anche:

$$i = K_{s,eq}^{[x_s, x_f]} < K_{s,o}.$$

Si è perciò scelto di approssimare la soluzione $\psi(X)$ per mezzo dei primi termini di uno sviluppo in serie perturbative. Ponendo che il parametro perturbativo della serie sia

$$\varepsilon = \frac{i}{K_{s,o}},$$

è stata proposta una soluzione approssimata ψ di 8 e 9 nella forma

$$\psi \approx \psi_{(0)} + \varepsilon \psi_{(1)}. \quad (25)$$

Con l'ulteriore approssimazione ottenuta troncando il resto della 23, e ponendo che

$$\left(\frac{\psi}{\psi_1} \right)^{mn} \approx \left(\frac{\psi_{(0)}}{\psi_1} \right)^{mn} \left(1 + mn \varepsilon \frac{\psi_{(1)}}{\psi_{(0)}} \right),$$

si perviene a esprimere i termini $\psi_{(0)}$ e $\psi_{(1)}$ nella forma:

$$\psi_{(0)} = L \ln \frac{X}{X_s} \quad \text{e} \quad \psi_{(1)} = -(X - X_s) + 2X_s \left(\frac{L}{-\psi_1} \right)^{mn} \gamma \left(mn + 1, \ln \frac{X_s}{X} \right).$$

Nella precedente $\gamma(\cdot, \cdot)$ è la funzione Γ -incompleta, definita a mezzo dell'integrale riportato da Gradshteyn e Ryzhik [23, n. 3.381.1]. Si può osservare che, ritornando alla variabile spaziale x per mezzo dell'inversione della 6 nel caso considerato, il termine $\psi_{(0)}$ ottenuto per $\varepsilon = 0$, corrisponde, correttamente, a un termine idrostatico. I profili ottenuti per questo tipo di legame costitutivo, nella forma analitica approssimata e in una soluzione numerica che usa il legame di van Genuchten e Mualem completo, sono rappresentati in Figura 5 per il caso di studio considerato. Nella rappresentazione del caso di studio si è scelto $i < K_s(x_f)$ ottenendo quindi $x_s = x_f$.

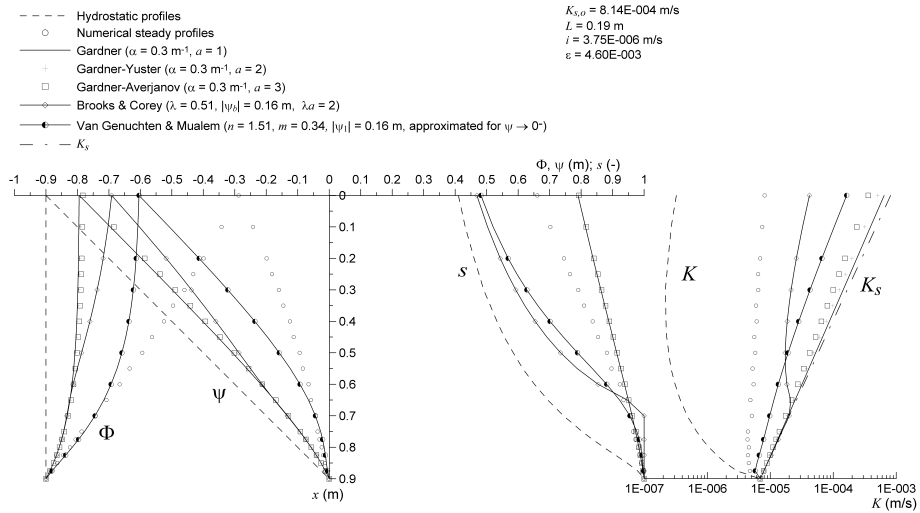


Figura 5: Profili del potenziale piezometrico generalizzato Φ , del potenziale di umidità ψ , della conducibilità idraulica K e del grado di saturazione effettivo s durante un processo di infiltrazione stazionaria in un suolo disomogeneo senza formazione di una falda pensile. I legami costitutivi adottati sono presentati nella Sezione 5

6 ANALISI DEI RISULTATI

I profili delle grandezze idrologiche rappresentati nelle Figure 1 e 5 fanno riferimento a una condizione di infiltrazione stazionaria rispettivamente pari a $i = 1.50E-5 \text{ m s}^{-1} \sim 5.4 \text{ mm h}^{-1}$ e $i = 3.75E-6 \text{ m s}^{-1} \sim 13.5 \text{ mm h}^{-1}$, in un suolo con $K_{s,0} = 8.14E-4 \text{ m s}^{-1}$ e costante caratteristica $L = 0.19 \text{ m}$. Il suolo ha profondità $x_f = 0.9 \text{ m} \sim 5L$, cosicché si ha $K_s(x_f) = 6.94E-6 \text{ m s}^{-1}$ e, nel primo caso, si attende la formazione di una falda sospesa. La curva di ritenzione di una sabbia di cava è stata misurata con l'apparato a pressione di Richards [9] e interpretata con le relazioni di Gardner (eq. 18), Brooks e Corey (eq. 19) e van Genuchten (eq. 20), ammettendo il vincolo $\lambda = mn$. I parametri delle curve di ritenzione sono riportati in Figura 5. I profili del potenziale di umidità ψ , caratterizzato dalla coppia di legami costitutivi di van Genuchten e Mualem, e del potenziale di sommersione h sono stati calcolati con il codice FV-FD AdHydra [24] che risolve con un approccio fisico la dinamica del contenuto d'acqua del suolo.

Nei profili rappresentati in entrambi i casi si riconosce che il gradiente del carico totale Φ rimane sempre negativo, garantendo il flusso verso il basso. Il gradiente di ψ deve essere quindi minore di quello idrostatico $d\psi/dx = 1$. Nel caso di Figura 1, tuttavia, si ha un passaggio attraverso lo stato saturo, con l'annullamento di ψ e il guadagno di h . Il profilo di h , come atteso, non è monotono e presenta un massimo a $x^* = 0.75 \text{ m}$.

Si consideri ora in particolare la Figura 5. Il legame costitutivo adottato per $k(\psi)$ influenza sensibilmente il valore di Φ , a parità di tasso di infiltrazione i , e, di conseguenza, anche il valore assunto da ψ lungo il profilo. La diminuzione di K_s con la profondità, inoltre, ne enfatizza significativamente gli effetti. Considerando i legami costitutivi della prima classe, essi sono caratterizzati da un valore finito della derivata di $k(\psi)$ per valori di ψ prossimi alla saturazione del suolo. Questa proprietà fa sì che k rimanga prossima a 1 e quindi il flusso i sia sostenuto da un minore gradiente

di carico (in valore assoluto). Il profilo di Φ e di ψ si mantiene in questo caso abbastanza prossimo al profilo idrostatico. I legami costitutivi di Yuster ($a = 2$) e Averjanov ($a = 3.5$) porgono valori di conducibilità idraulica K prossimi a K_s , e solo poco inferiori a quelli ottenuti con un legame di Gardner ($a = 1$). Si osserva quindi che, a risalire da $x_s = x_f$, la variazione di K_s è sufficiente a compensare la diminuzione di k dovuta alla diminuzione ψ . Introducendo un legame costitutivo di Brooks e Corey, seppure con l'approssimazione $\lambda a = 2$, i valori di K sono invece sensibilmente minori di quelli a saturazione (fino a un ordine di grandezza alla superficie del suolo). Per contro, tuttavia, il mantenimento della saturazione fino a una suzione $|\psi_s| = |\psi_b| > 0$, coniugato alla variazione di K_s , permette ancora di sostenere il flusso i , all'interfaccia con la falda, con un gradiente di Φ che si viene numericamente a sovrapporre ai profili precedenti, finché $s = 1$, per poi staccarsene a $s < 1$.

La stima numerica del profilo di carico, con un suolo caratterizzato da legami di van Genuchten e Mualem, e l'approssimazione dello stesso in termini di serie perturbative mettono, invece, in evidenza l'effetto della diminuzione accentuata di K per valori di ψ prossimi alla saturazione. $k(\psi)$ tende infatti a $\psi_s = 0$ con pendenza infinita. Ciò significa che una seppure minima diminuzione di ψ comporta una significativa diminuzione di K e un aumento in valore assoluto del gradiente di carico in grado di sostenere il flusso imposto i . Il valore, infatti, del gradiente $d\psi/dx > 0$ diminuisce e il gradiente $d\Phi/dx < 0$ tende ad approssimarsi al gradiente gravimetrico $dx/dx = -1$. Il profilo numerico di K si discosta sensibilmente da quello di K_s con una inversione del gradiente in prossimità della falda, che significa che la diminuzione di k non è compensata dalla variazione di K_s . Via che ci si avvicini alla superficie del suolo, la variazione di K_s tende a compensare la variazione di k , così che il valore di conducibilità K rimane pressoché uniforme. Un comportamento analogo è riprodotto anche dal profilo approssimato di K , secondo la 24, seppure, poi, se ne discosti. I valori di Φ e ψ stimati a mezzo della 25 sono vicini ai valori numerici, che sono ben approssimati vicino alla falda.

I profili di saturazione efficace $s = s(\psi)$, calcolati per mezzo delle 18, 19 e 20 successivamente alla soluzione dei profili di carico e di conducibilità, mostrano che la curva di ritenzione di Gardner porge un profilo di s con valori maggiori di quello numerico. Confrontando invece la soluzione con legami di Brooks e Corey e Mualem con quella con legami di van Genuchten e Mualem, si osserva già a valori di suzione non troppo alti la tendenza a un analogo comportamento asintotico.

7 CONCLUSIONI

Le condizioni di formazione di una falda sospesa durante un processo di infiltrazione stazionaria sono state definite per un suolo la cui conducibilità idraulica a saturazione K_s decresce esponenzialmente con la profondità. La legge di Darcy è stata quindi risolta nello strato saturo, definendo lo spessore dello strato e la pressione massima osservabile, e nello strato insaturo, per diversi tipi di legami costitutivi. I profili delle grandezze idrologiche del suolo, così ottenuti e confrontati con una soluzione numerica, mettono in evidenza l'elevata sensibilità della soluzione alla forma della conducibilità relativa k per valori del potenziale di umidità ψ prossimi alla saturazione. Inoltre la diminuzione di K_s con x ne enfatizza gli effetti. In particolare il legame esponenziale di Gardner e quello in forma di potenza di Brooks e Corey porgono, per valori di ψ prossimi alla saturazione, valori di K superiori a quelli che si ottengono con un legame ottenuto con la curva di ritenzione di van Genuchten. Il flusso imposto come condizione al contorno richiede quindi, in questo ultimo caso, un maggiore gradiente del carico totale (in valore assoluto) e valori di ψ più prossimi alla saturazione su tutto il profilo di suolo. Il moto risulta pertanto governato, principalmente, dalla forza di gravità.

Riferimenti bibliografici

- [1] S. Barontini, R. Ranzi, and B. Bacchi. Water dynamics in a gradually nonhomogeneous soil described by the linearized richards equation. *Water Resources Research*, 43, 2007.
- [2] Th. W. J. van Asch, L. P. H. Van Beek, and T. A. Bogaard. The diversity in hydrological triggering systems of landslides. In L. Picarelli, P. Tommasi, G. Urciuoli, and P. Versace, editors, *Rainfall-induced landslides. Mechanisms monitoring techniques and nowcasting models for early warning systems. Proceedings of the 1st Italian Workshop on Landslides*, volume 1, 8–10 JUN 2009.
- [3] D. R. Montgomery and W. E. Dietrich. A Physically-Based Model for the Topographic Control on Shallow Landsliding. *Water Resources Research*, 30(4):1153–1171, APR 1994.
- [4] A. Armanini, M. Larcher, L. Fraccarollo, and M. Papa. Considerazioni sulla dinamica delle colate di fango e sulle opere per il loro controllo. In *Atti del Convegno Forum per il rischio idrogeologico in Campania: Fenomeni di colata lavica di fango nel maggio '98*, 22 JUN 2001.
- [5] M. Borga, G. Dalla Fontana, C. Gregoretti, and L. Marchi. Assessment of shallow landsliding by using a physically based model of hillslope stability. *Hydrological Processes*, 16(14):2833–2851, OCT 15 2002.
- [6] P. Frattini, G. B. Crosta, N. Fusi, and P. Dal Negro. Shallow landslides in pyroclastic soils: a distributed modelling approach for hazard assessment. *Engineering Geology*, 73(3-4):277–295, JUN 2004.
- [7] R. Rosso, M. C. Rulli, and G. Vannucchi. A physically based model for the hydrologic control on shallow landsliding. *Water Resources Research*, 42(6), JUN 20 2006.
- [8] G. Capparelli, D. Biondi, D.L. De Luca, and P. Versace. Hydrological and complete models for forecasting landslides triggered by rainfalls. In L. Picarelli, P. Tommasi, G. Urciuoli, and P. Versace, editors, *Rainfall-induced landslides. Mechanisms monitoring techniques and nowcasting models for early warning systems. Proceedings of the 1st Italian Workshop on Landslides*, volume 1, 8–10 JUN 2009.
- [9] S. Barontini, G. Belluardo, and R. Ranzi. Indagine sperimentale sulla formazione di una falda effimera in un suolo gradualmente vario. Technical Report 5/2009, Università degli Studi di Brescia, Dipartimento di Ingegneria Civile, Architettura, Territorio e Ambiente, 2009.
- [10] H. Darcy. *Les Fontaine Publiques de la Ville de Dijon*. Dalmont, Paris, 1856.
- [11] L. A. Richards. Capillary Conduction of Liquids through Porous Medium. *Physics*, (1):318–333, 1931.
- [12] W. R. Gardner. Some Steady-state Solutions of the Unsaturated Moisture Flow Equation with Application to Evaporation from Water Table. *Soil Science*, 85:228–232, 1958.
- [13] L. Cavazza. *Fisica del terreno agrario*. UTET, 1981.
- [14] D. Zaslavsky. Theory of Unsaturated Flow into a Non-Uniform Soil Profile. *Soil Science*, 97(6):400–410, 1964.

- [15] K. J. Beven. Infiltration into a class of vertically non-uniform soils. *Hydrological Sciences Journal — Journal des Sciences Hydrologiques*, 29(4):425–434, 1984.
- [16] S. Barontini, A. Clerici, R. Ranzi, and B. Bacchi. Saturated hydraulic conductivity and water retention relationships for alpine mountain soils. In C. De Jong, D. Collins, and R. Ranzi, editors, *Climate and Hydrology of Mountain Areas*, pages 101–122. J. Wiley and Sons, Ltd., Chichester, West Sussex, England, 2005.
- [17] J. R. Philip. Steady Infiltration from Buried Point Sources and Spherical Cavities. *Water Resources Research*, 4(5):1039–1047, 1968.
- [18] E. Busoni. Il tipo pedologico, l'unità pedologica, l'unità cartografica. In E. Busoni, L. Borselli, and C. Calzolari, editors, *Caratteristiche fisiche e idrologiche del suolo. Loro derivabilità dalla cartografia pedologica ed applicabilità in modelli distribuiti di bilancio idrologico di bacino*, CNR-GNDCL1 UO2 Previsione e prevenzione degli eventi idrologici estremi e loro controllo. Presidenza del Consiglio dei Ministri. Dipartimento della Protezione Civile, 1997.
- [19] M. Th. van Genuchten. A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils. *Soil Science Society of America Journal*, 44:892–898, 1980.
- [20] R. H. Brooks and A. T. Corey. Hydraulic properties of porous media. Hydrology Paper 3, Colorado State University, Fort Collins, Colorado, 1964.
- [21] H. T. Davis. *Introduction to nonlinear differential and integral equations*. Dover Publications, Inc., New York, 1962.
- [22] T. Vogel, M. Th. van Genuchten, and M. Cislárovà. Effect of the shape of the soil hydraulic functions near saturation on variably-saturated flow predictions. *Advances in Water Resources*, 24(2):133–144, NOV 2001.
- [23] I. S. Gradshteyn and I. M. Ryzhik. *Table of Integrals, Series and Products*. Academic Press, Inc., 7th edition, 2007.
- [24] G. Manzini and S. Ferraris. Mass-conservative finite volume methods on 2-D unstructured grids for the Richards' equation. *Advances in Water Resources*, 27:1199–1215, 2004.